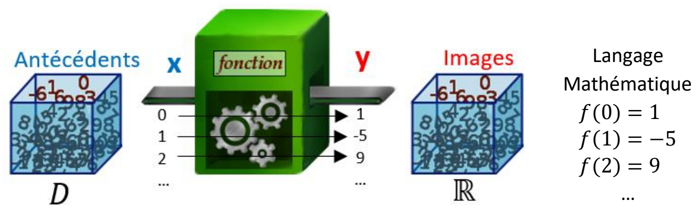
Fiche F1.1 : Fonctions numériques

1 – La notion de fonction

Définition 1 : Soit D un ensemble de nombres réels. On appelle **fonction** de D dans $\mathbb{R}$ un procédé mathématique permettant d'associer à **tout** réel x de D, un **unique** réel y, noté $f(x)$.

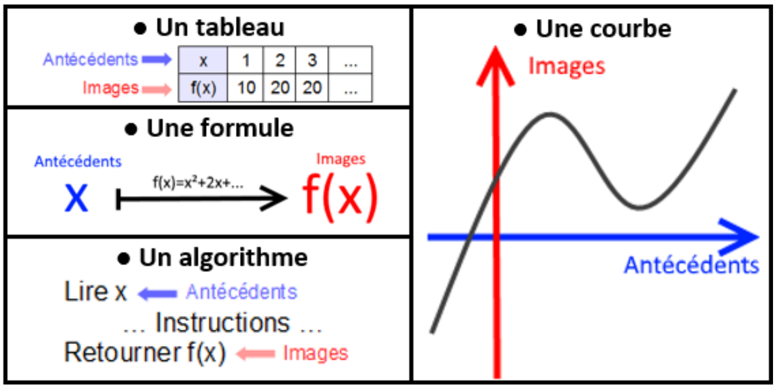
Vocabulaire :

- On dit que y est **l'image** de x.
- On dit que x est un **antécédent** de y.
- D est appelé **l'ensemble de définition.**

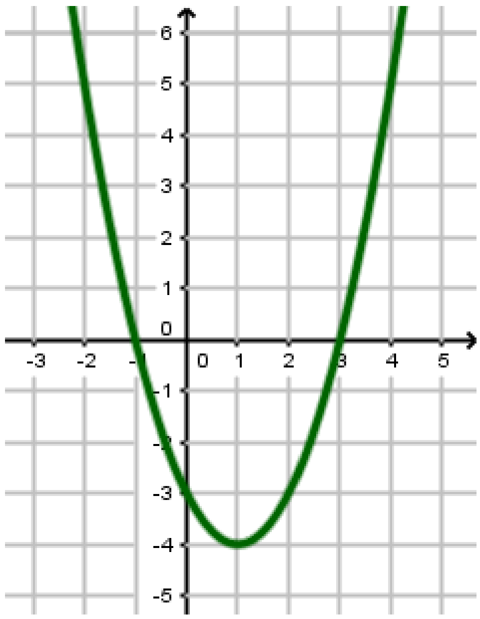


Remarques :

- L'image d'un nombre est **unique**, mais un nombre peut avoir **un**, **plusieurs**, ou **aucun** antécédent(s).
- Lorsque l'ensemble de définition d'une fonction n'est pas précisé, on convient qu'il s'agit de l'ensemble des nombres x tel que $f(x)$ **existe**.
- Une fonction peut se présenter sous plusieurs formes :



Exemple 1 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par la courbe ci-contre.



1) Lire graphiquement l'image de 2 par f :

   L'image de 2 par f est -3

2) Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) par f

   a. Du nombre 5 : -2 *et* 4

   b. Du nombre -5 : *Aucun antécédent*

   c. Du nombre -4 : 1

3) Compléter les égalités suivantes :

   a. $f(4) = \mathbf{5}$

   b. $f(-1) = \mathbf{0}$

   c. $f(0) = \mathbf{-3}$

   d. $f(\mathbf{1}) = -4$

Exemple 2 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 5$

1) Calculer l'image de 1 par f.

   Méthode : Pour calculer l'image d'un nombre, on remplace x par ce nombre dans la formule.

   $f(1) = 3 \times 1 - 5 = -2.$

   L'image de 1 par f est -2.

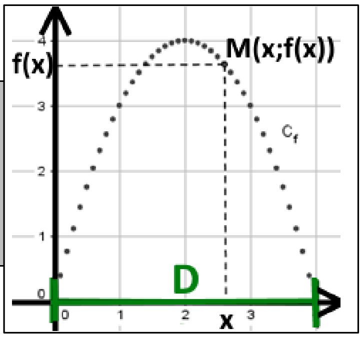
2) Calculer le(s) antécédent(s) de 1 par f.

   Méthode : Pour calculer le(s) antécédent(s) d'un nombre k, on résoud l'équation $f(x) = k$

   On résoud l'équation $f(x) = 1$ c'est à dire $3x - 5 = 1$ donc $3x = 1 + 5 = 6$ donc $x = \frac{6}{3} = 2$

   Donc 1 admet un seul antécédent par f, le nombre 2.

2 – Courbe représentative d'une fonction



Définition 2 : Soit f une fonction définie sur un ensemble D.

La **courbe représentative** de f, notée C_f, est l'ensemble des points M qui sont de coordonnées $M(x, f(x))$ avec $x \in D$.

Remarques :

- Un point M appartient donc à la courbe de f si et seulement si : $f(x_M) = y_M$.
- Pour tracer la courbe représentative d'une fonction, on peut utiliser la **calculatrice**.

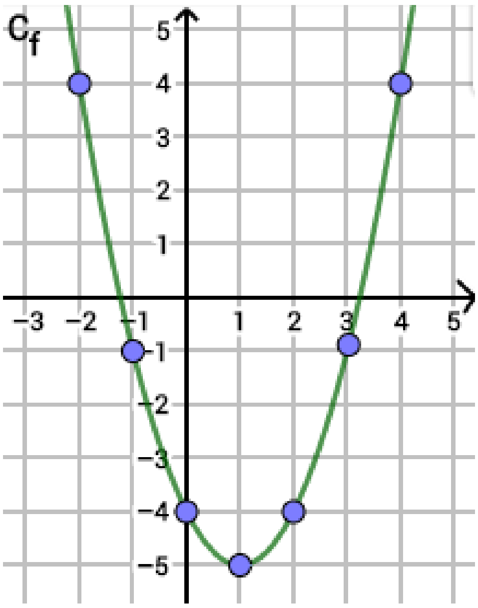
Exemple 3 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x - 4$.

1) Réaliser un tableau de valeurs de f entre -2 et 4 par pas de 1.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	4	-1	-4	-6	-4	-1	4

2) Tracer dans le repère ci-contre la courbe représentative de f.

3) Les points suivants appartiennent-ils à la courbe de f ?



a. $A(10\,;\,76)$

$f(x_A) = f(10)$

$= 10^2 - 2 \times 10 - 4$

$= 100 - 20 - 4$

$= 76 = y_A$

Donc $A \in C_f$

b. $B(0.5\,;\,-4.5)$

$f(x_B) = f(0.5)$

$= 0.5^2 - 2 \times 0.5 - 4$

$= 0.25 - 1 - 4$

$= -4.75 = y_B$

Donc $B \notin C_f$