Fiche F1.2 : Sens de variation, Signe & Extremums

1 – Sens de variation & Extremums

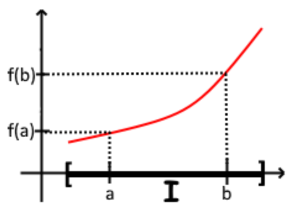
<u>Définition 1</u> : Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

- On dit que f est **croissante** sur I si pour tous nombres a et b de I tels que $a < b$, on a $f(a) \leq f(b)$
- On dit que f est **décroissante** sur I si pour tous nombres a et b de I tels que $a < b$, on a $f(a) \geq f(b)$

Fonction croissante	Fonction décroissante
Sa représentation graphique **monte**	Sa représentation graphique **descend**

Fonction croissante

Sa représentation graphique **monte**

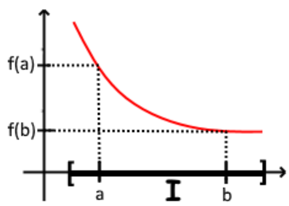


La fonction **conserve** l'ordre des nombres

x	a	b
$f(x)$	f(a) ↗	f(b)

Fonction décroissante

Sa représentation graphique **descend**



La fonction **inverse** l'ordre des nombres

x	a	b
$f(x)$	f(a) ↘	f(b)

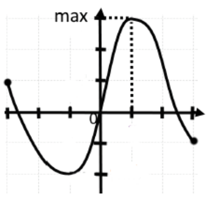
<u>Remarque :</u> Pour représenter le sens de variation d'une fonction on utilise un **tableau de variation**.

<u>Définition 2</u> : Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

- Le **maximum** de f sur I est la plus grande des images sur cet intervalle.
- Le **minimum** de f sur I est la plus petite des images sur cet intervalle.

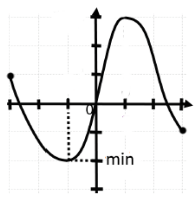
Maximum

Le maximum est le point le plus **haut** de la courbe

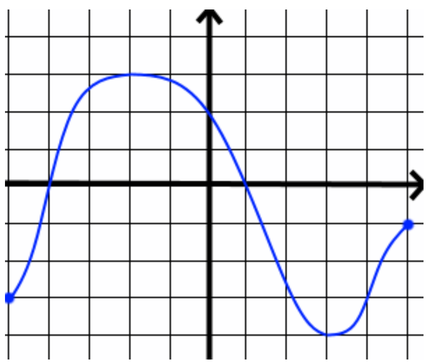


Minimum

Le maximum est le point le plus **bas** de la courbe



<u>Exemple 1</u> : Soit f la fonction définie sur $[-5; 5]$ par la courbe ci-contre.



1) Réaliser le tableau de variation de la fonction f.

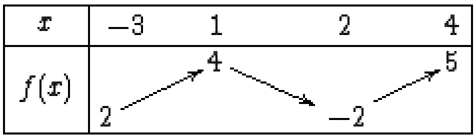
x	-5		-2		3		5
$f(x)$	-3	↗	3	↘	-4	↗	-1

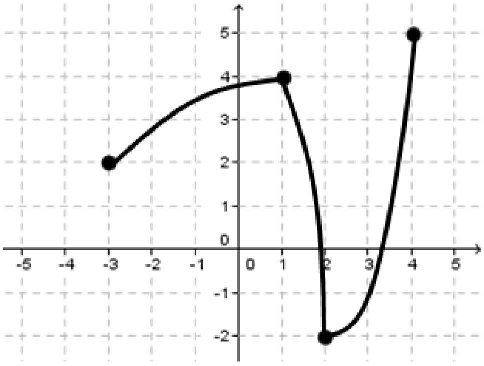
2) Déterminer le(s) extremum(s) de la fonction f.

Le maximum de f est 3 atteint en $x = -2$.

Le minimum de f est -4 atteint en $x = 3$.

Exemple 2 : Soit f une fonction dont on donne ci-dessous le tableau de variation.





1) a. Déterminer les extremums de la fonction f sur son ensemble de définition.

   Le maximum de f est 5 atteint en $x = 4$.

   Le minimum de f est -2 atteint en $x = 2$.

   b. Quel est le maximum de f sur $[-3; 2]$?

   Le maximum de f sur $[-3; 2]$ est 4 atteint en 1.

2) A quel intervalle appartient $f(x)$ lorsque $x \in [1; 2]$

   Si $x \in [1; 2]$ alors $f(x) \in [-2; 4]$

3) Tracer une courbe compatible avec son tableau de variation.

Exemple 3 : On reprend la fonction f de l'exemple précédent. Utiliser le sens de variation pour comparer les nombres suivants :

1) $f(-2.9)$ et $f(-2.8)$: On a $-2.9 < -2.8$. Or la fonction f est croissante sur l'intervalle $[-3; 1]$.

   Elle conserve donc l'ordre des nombres et on a : $f(-2.9) < f(-2.8)$

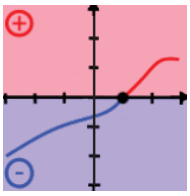
2) $f(1{,}01)$ et $f(1{,}1)$: On a $1.01 < 1.1$. Or la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[-2; 3]$.

   Elle inverse donc l'ordre des nombres et on a : $f(1.01) > f(1.1)$

2 – Signe d'une fonction

Définition 2 : Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

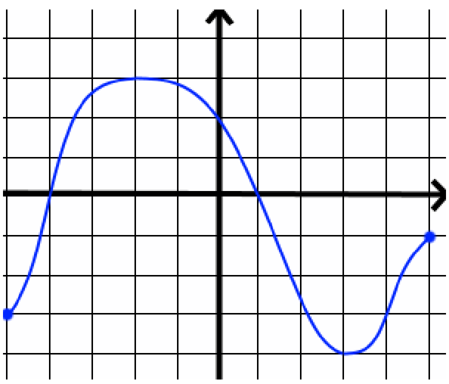
- On dit que f est **positive** sur I si pour tout nombre x de I, $f(x) \geq 0$
- On dit que f est **négative** sur I si pour tout nombre x de I, $f(x) \leq 0$
- On dit que f est **s'annule** en x_0 si $f(x_0) = 0$



- f est **positive** lorsque sa courbe est **au-dessus** de l'axe des abscisses.
- f est **négative** lorsque sa courbe est **au-dessous** de l'axe des abscisses.
- f est **s'annule** lorsque sa courbe **coupe** l'axe des abscisses.

Remarque : Pour représenter le signe d'une fonction on utilise un **tableau de signe**.

Exemple 4 : Soit f la fonction définie sur $[-5; 5]$ par la courbe ci-dessous.



1) En quelle valeur la fonction f s'annule-t-elle ?

   f s'annule en $x = -4$ et en $x = 1$.

2) Quel est le signe de $f(0)$? de $f(5)$?

   $f(0) > 0$ et $f(5) < 0$

3) Réaliser le tableau de signe de la fonction f.

x	-5		-4		1		5
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	