

Fiche F1.3 : Parité & Périodicité

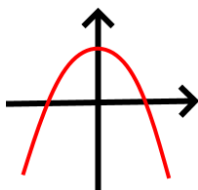
1 – Parité d'une fonction

Définition 1 : Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

- On dit que f est **paire** sur I si pour tout nombre x de I , $f(-x) = f(x)$
- On dit que f est **impaire** sur I si pour tout nombre x de I , $f(-x) = -f(x)$

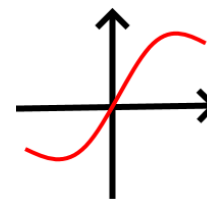
Paire

La courbe est symétrique par rapport à
l'axe des ordonnées



Impaire

La courbe est symétrique par rapport à
l'origine du repère



Exemple 1 : On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 1$

- 1) Montrer que cette fonction est paire.

$$f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$$

Pour tout réel x , on a $f(-x) = f(x)$ donc f est paire.

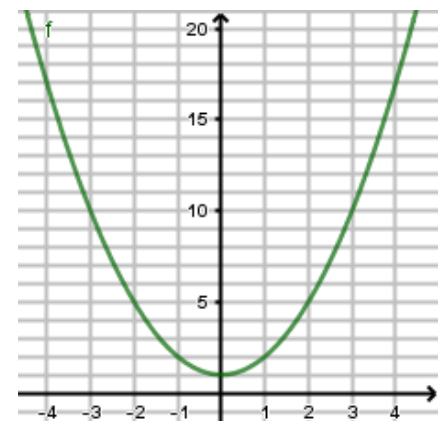
- 2) Compléter le tableau de valeur suivant. Que remarque t-on ?

| | | | | | | | | | |
|--------|----|----|----|----|---|---|---|----|----|
| x | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $f(x)$ | 17 | 10 | 5 | 2 | 1 | 2 | 5 | 10 | 17 |

On remarque que l'image d'un nombre et de son opposé son égaux.

- 3) Tracer la courbe représentative de la fonction f . Que remarque t-on ?

La courbe de f est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées



Exemple 2 : On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 + x$

- 1) Montrer que cette fonction est impaire

$$f(-x) = (-x)^3 + (-x) = -x^3 - x = -(x^3 + x) = -f(x)$$

Pour tout réel x , on a $f(-x) = -f(x)$ donc f est impaire.

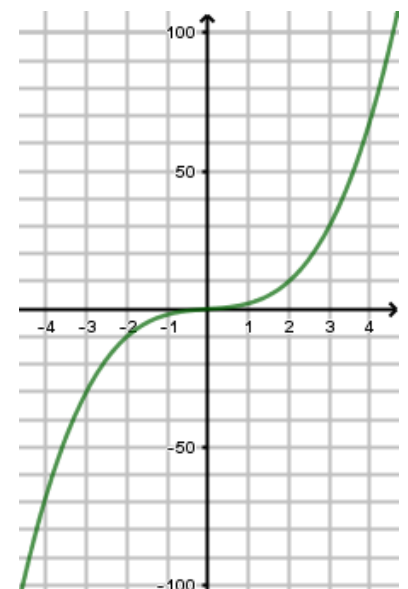
- 2) Compléter le tableau de valeur suivant. Que remarque t-on ?

| | | | | | | | | | |
|--------|-----|-----|-----|----|---|---|----|----|----|
| x | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $f(x)$ | -68 | -30 | -10 | -2 | 0 | 2 | 10 | 30 | 68 |

On remarque que l'image de l'opposé est égal à l'opposé de l'image.

- 3) Tracer la courbe représentative de la fonction f . Que remarque t-on ?

La courbe de f est symétrique par rapport à l'origine du repère.



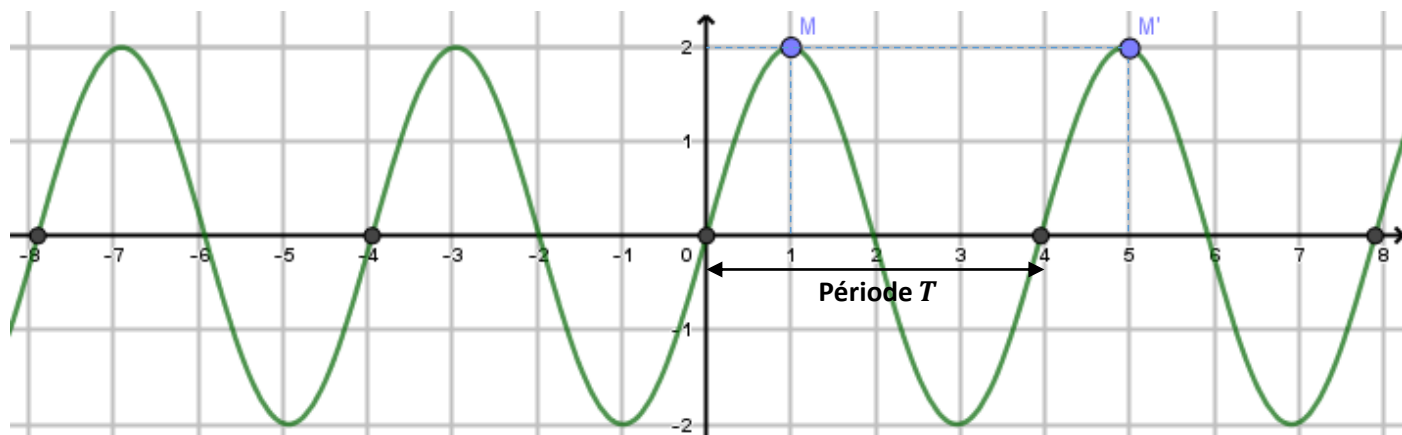
2 – Périodicité d'une fonction

Définition 1 : On dit qu'une fonction f est **périodique** de **période** T si pour tout nombre réel x , on a $f(x + T) = f(x)$. On dit alors que f est **T -périodique**

Remarques :

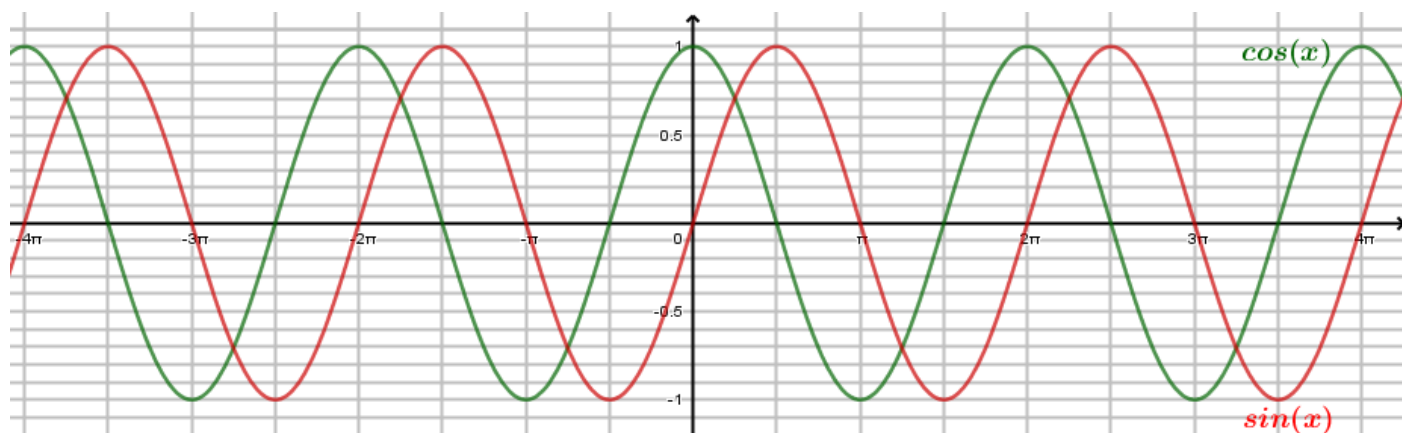
- La courbe représentative d'une fonction périodique consiste à une répétition à l'infini d'un même **motif**.
- La **période** représente alors la largeur de l'un de ces motifs.

Exemple 3 : Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par la courbe tracée ci-dessous.



- Cette fonction est 4-périodique.
- On a par exemple $f(5) = f(1 + 4) = f(1)$.

Exemple 4 : Les fonctions trigonométriques $\cos(x)$ et $\sin(x)$ sont 2π -périodiques.



Remarque : Les fonctions périodiques sont très utilisés en physique pour modéliser les phénomènes **ondulatoires** (ondes lumineuses, ondes sonores, acoustique, ...)

