Fiche N1.1 : Distributivité

1 – Développement et Factorisation

Définition 1 :

• **Développer** un produit, c'est écrire ce produit sous la forme d'une somme.

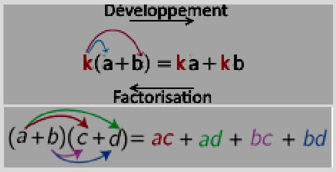
• **Factoriser** une somme, c'est écrire cette somme sous la forme d'un produit.

Pour développer ou factoriser une expression algébrique, on utilise les propriétés de distributivité :

Propriété 1 : Pour tous nombres réels a, b, c, d et k, on a

• **Simple distributivité :** $k(a+b) = ka + kb$

• **Double distributivité :** $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$



Exemple 1 :

- $2(5+x)$ est un produit qui se développe en $2 \times 5 + 2 \times x$ c'est-à-dire $10 + 2x$.
- $x^2 + 3x$ est une somme qui se factorise en $x(x+3)$.
- $(2x+1)(3-x)$ est un double produit qui se développe en :

  $2x \times 3 + 2x \times (-x) + 1 \times 3 + 1 \times (-x) = 6x - 2x^2 + 3 - x = -2x^2 + 5x + 3$

2 – Identités remarquables

Propriété 2 : Pour tous nombres réels a, b, on a :

• $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

• $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

• $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Démonstration : Soient a et b deux nombres réels. On a :

• $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

• $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

• $(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$. □

Note

On utilise la double-distributivité pour développer.

On a $ab = ba$.

Exemple 2 : Développer les expressions suivantes :

• $A(x) = (x+3)^2$

$A(x) = x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2$

$A(x) = x^2 + 6x + 9$

• $B(x) = (5-2x)^2$

$B(x) = 5^2 - 2 \times 5 \times 2x + (2x)^2$

$B(x) = 25 - 20x + 4x^2$

Exemple 3 : Factoriser les expressions suivantes :

- $C(x) = x^2 - 81$

  $C(x) = x^2 - 9^2$

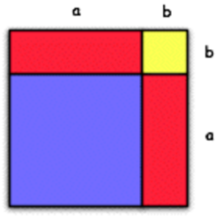
  $C(x) = (x + 9)(x - 9)$

- $D(x) = 1 - 9x^2$

  $D(x) = 1^2 - (3x)^2$

  $D(x) = (1 + 3x)(1 - 3x)$

Démonstration géométrique de la 1ère identité remarquable : Soient a et b deux nombres réels positifs.



On considère un carré découpé de la manière ci-contre.

Calculons de 2 façons différentes, l'aire totale du carré, en fonction de a et b.

- Méthode 1 : $\mathcal{A}_{totale} = côté^2 = (a+b)^2$
- Méthode 2 : $\mathcal{A}_{totale} = \mathcal{A}_{carré\ bleu} + 2 \times \mathcal{A}_{rectangle\ rouge} + \mathcal{A}_{carré\ jaune}$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

On obtient l'égalité voulue : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. □