

## Fiche \_\_\_\_ : Racines carrés

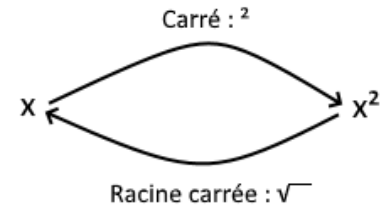
### 1 – Définition

Définition 1 :

Remarques :

- La racine carré est l'**opération réciproque** du carré.
- La racine carré d'un nombre négatif n'est pas définie :

En effet, un carré est toujours positif.



Exemple 1 :

- $2^2 = 4$  donc \_\_\_\_\_
- $5^2 = 25$  donc \_\_\_\_\_
- $\sqrt{0} = \underline{\quad}$  et  $\sqrt{1} = \underline{\quad}$ .

### 2 – Propriétés algébriques

Propriété 1 :

- 
- 

Exemple 2 :  $(\sqrt{8})^2 = \underline{\quad}$  ;  $\sqrt{50^2} = \underline{\quad}$  ;  $\sqrt{(-10)^2} = \underline{\quad}$

Propriété 2 : Pour tous nombres réels  $a$  et  $b$  positifs ou nul on a :

(1)

(2)

Exemple 3 :

- $\sqrt{8} \times \sqrt{2} = \underline{\quad}$
- $\sqrt{0.25} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \underline{\quad}$

Démonstration : Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels positifs (avec  $b \neq 0$  pour le (2)).

(1) • Calculons le carré de  $\sqrt{a \times b}$  : \_\_\_\_\_

• Calculons le carré de  $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$  : \_\_\_\_\_

• On a l'égalité des carrés. Comme  $\sqrt{a \times b}$  et  $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$  sont positifs, on a<sup>1</sup> \_\_\_\_\_

(2) • Calculons le carré de  $\sqrt{\frac{a}{b}}$  : \_\_\_\_\_

• Calculons le carré de  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$  : \_\_\_\_\_

• On a l'égalité des carrés. Comme  $\sqrt{\frac{a}{b}}$  et  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$  sont positifs, on a<sup>1</sup> \_\_\_\_\_ □

Remarque : Il est parfois utile de simplifier les racines carrés sous la forme  $a\sqrt{b}$  avec  $b$  le plus petit possible.

<sup>1</sup> Soient  $x$  et  $y$  sont deux nombres positifs alors  $x^2 = y^2$  implique  $x = y$  :

En effet,  $x^2 = y^2$  implique  $\sqrt{x^2} = \sqrt{y^2}$  (on applique la  $\sqrt{\quad}$ ) implique  $|x| = |y|$  (d'après propriété 1) implique  $x = y$  (car  $x, y > 0$ ).



Exemple 4 :  $\sqrt{180} =$  \_\_\_\_\_

Propriété 3 : Pour tous nombres réels  $a$  et  $b$  positifs ou nul on a :

Exemple 5 : Avec  $a = 9$  et  $b = 16$

Démonstration : Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels positifs.

- Calculons le carré de  $\sqrt{a+b}$  : \_\_\_\_\_
- Calculons le carré de  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  : \_\_\_\_\_
- Comme  $2\sqrt{ab}$  est positif on obtient l'inégalité avec les carrés : \_\_\_\_\_
- Mais comme  $\sqrt{a+b}$  et  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  sont positifs, on obtient<sup>2</sup> l'inégalité souhaitée : \_\_\_\_\_ .  $\square$

---

<sup>2</sup> Soient  $x$  et  $y$  sont deux nombres positifs alors  $x^2 < y^2$  est équivalent à  $x < y$  :

En effet,  $x^2 < y^2$  est équivalent à  $x^2 - y^2 < 0$  qui est équivalent à  $(x+y)(x-y) < 0$  (d'après la 3<sup>ème</sup> identité remarquable) qui est équivalente à  $x - y < 0$  car comme  $x$  et  $y$  sont positifs  $x + y > 0$ . (Un produit est négatif si l'un des facteurs est négatif) Or,  $x - y < 0$  est équivalent à  $x < y$  ce qui démontre l'affirmation.

