Correction - Fiche 2 – Opérations sur les évènements

1 (Jeu de cartes 1 – Evènement contraire)

1) $\bar{A}$: « Ne pas obtenir de flèche ».
$\bar{B}$: « Obtenir un valet ».
$\bar{C}$: « Obtenir ni un Roi, ni une Dame »
$\bar{D}$: « Ne pas obtenir de figure ou ne pas obtenir un trèfle ».

2) $\bar{E}$: « Ne pas obtenir d'As ».
$\bar{F}$: « Au moins une carte n'est pas un cœur».
$\bar{G}$: « Au moins une des cartes est une figure ».

2 (Souris)

1) a. $A \cap B$ b. $\bar{A}$ c. $A \cup B$ d. $\overline{A \cup B}$

2) • $A \cap \bar{B}$: Ensemble des souris présentant la maladie A mais pas la maladie B.
• $\bar{A} \cap \bar{B}$: Ensemble des souris présentant ni la maladie A ni la maladie B.
<u>Remarque</u> : $\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B}$
(C'est ce qu'on appelle la *loi de Morgan*)
• $\bar{A} \cup B$: Ensemble des souris ne présentant pas la maladie A mais ayant la maladie B

3 (Formules)

1) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$= 0.56 + 0.39 - 0.21 = 0.74$

2) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$0.6 \ = \ 0.4 \ + \ 0.5 - P(A \cap B)$
$P(A \cap B) = 0.4 + 0.5 - 0.6 = 0.3$

3) $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0.7 = 0.3$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$0.7 \ = \ 0.3 \ + \ P(B) - 0.2$
$0.7 - 0.3 + 0.2 = \ P(B)$
On a donc $P(B) = 0.2$,
d'où $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.2 = 0.8$

4 (Jeu de cartes 2) (Figure = Valet, Dame & Roi)

1) $P(A) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ $P(B) = \frac{3\times4}{32} = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$
$P(C) = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$ $P(D) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$

2) • $\bar{B}$: « Ne pas piocher de figure ».
$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$
(Ou directement $P(\bar{B}) = \frac{20}{32} = \frac{5}{8}$

• $A \cap C$: « Piocher un $\spadesuit$ rouge » $= \emptyset$
(Evènement Impossible). $P(A \cap C) = 0$

• $A \cup C$: « Piocher un $\spadesuit$ ou une carte rouge »
$P(A \cup C) = P(A) + P(C) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 0.75$
(Evènement Incompatible)

• $B \cap C$: « Piocher une figure rouge », soit
$B \cap C \ = \{V\heartsuit; D\heartsuit; R\heartsuit; V\diamondsuit; D\diamondsuit; R\diamondsuit\}$
$P(B \cap C) = \frac{6}{32} = 0.1875$

• $B \cup C$: « Piocher Figure ou carte rouge »
$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C)$
$= \frac{12}{32} + \frac{16}{32} - \frac{6}{32} = \frac{22}{32} = 0.6875$

• $\bar{B} \cap \bar{D}$: « Piocher ni une Figure ni un AS »
$=$ « Piocher 7, 8, 9 ou 10 »
$P(\bar{B} \cap \bar{D}) = \frac{4\times4}{32} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

• $\bar{B} \cup \bar{D} \ = \Omega =$ « Piocher une carte de jeu »
$P(\bar{B} \cup \bar{D}) = 1$

• $\overline{C \cup D}$: « Piocher ni As, ni une carte rouge » .
Il reste toutes les cartes noires exceptées $A\spadesuit$ et $A\clubsuit$, donc $16 - 2 = 14$ possibilités.
$P(\overline{C \cup D}) = \frac{14}{32}$

• $\overline{C \cap D}$: « Ne pas piocher un As rouge » .
$P(C \cap D) = \frac{2}{32}$ car $C \cap D = \{A\heartsuit; A\diamondsuit\}$
$P(\overline{C \cap D}) = 1 - \frac{2}{32} = \frac{32}{32} - \frac{2}{32} = \frac{30}{32} = \frac{15}{16}$

5 (Village)

	B < 20 ans	$\bar{B}$ > 20 ans	Total
A Homme	480 (1)	780 (2)	1260 (7)
$\bar{A}$ Femme	320 (3)	820 (4)	1140
Total	800 (5)	1600 (6)	2400

(1) $\frac{1}{5} \times 2400 = 480$ (5) $\frac{1}{3} \times 2400$
(2) $1260 - 480$ (6) $2400 - 800$
(3) $800 - 480$ (7) $2400 - 1140$
(4) $1140 - 320$ ou $1600 - 780$

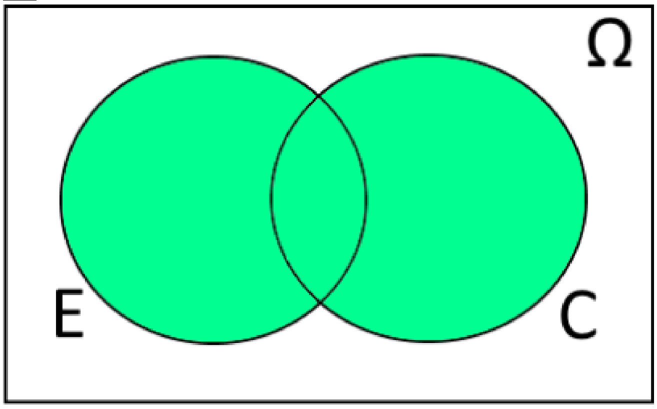
• $P(A \cap B) = \frac{320}{2400} = \frac{2}{15}$
• $P(\bar{A}) = \frac{1260}{2400} = \frac{21}{40}$
• $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{780}{2400} = \frac{13}{40}$
• $P(\bar{A} \cup B) = P(\bar{A}) + P(B) - P(\bar{A} \cap B)$
$= \frac{1260+800-480}{2400} = \frac{1580}{2400} = \frac{79}{120}$
• $P(A \cup \bar{B}) = P(A) + P(\bar{B}) - P(A \cap \bar{B})$
$= \frac{1140+1600-820}{2400} = \frac{1920}{2400} = 0.8$

6 (Echiquier)

1) Il y a 16 rangées au total.
$P(A) = \frac{11}{16}$.
$P(B) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$
Il y a 9 rangées qui comptent au moins 2 pions dont au moins un noir.
$P(A \cap B) = \frac{9}{16}$.

2) $P(A \cup B) = \frac{11}{16} + \frac{10}{16} - \frac{9}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} = 0.75$

7 (Défaut)



E : « L'appareil choisi a un défaut d'écran. »
C : « L'appareil choisi a un défaut de couleur. »

1) $P(E \cup C) = P(E) + P(C) - P(E \cap C)$

$$= \frac{15}{100} + \frac{10}{100} - \frac{2}{100} = \frac{23}{100}$$

Il y a 23% des appareils qui présentent au moins un défaut.

2) $P(\overline{E \cup C}) = 1 - P(E \cup C) = 1 - \frac{23}{100} = \frac{77}{100}$

Il y a 77% des appareils qui ne présentent aucun défaut.

8 (Boules numérotés de 00 à 99)

1) $A = \{00\,;01\,;02\,;\ldots\,;09\,;10\,;20\,;\ \ldots\,;90\}$

$P(A) = \frac{19}{100} = 0.19$

$B = \{09\,;19\,;29\,;\ldots\,;99\,;90\,;91\,;\ldots\,;98\}$

$P(B) = \frac{19}{100} = 0.19$

2) $A \cap B = \{09; 90\}$

donc $P(A \cap B) = \frac{2}{100} = 0.02$

3) $P(\ A \cup B) = 0.19 + 0.19 - 0.02 = 0.36$

4) $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.36 = 0.64$