Correction - Fiche 3 – Problèmes

1 (Distributeur)

1) $E = A \cap B$; $F = A \cup B$; $G = \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

2) $A \cup B$ est un événement certain car on sait que au moins d'un des 2 distributeurs fonctionnent.

On a donc $P(F) = 1$ et $P(G) = 0$.

De plus, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$1 = 0.8 + 0.6 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 1.4 - 1 = 0.4$$

2 (Deux billes)

- $P(A) = \frac{1}{100}$
- $P(B) = \frac{100}{10000} = \frac{1}{100}$

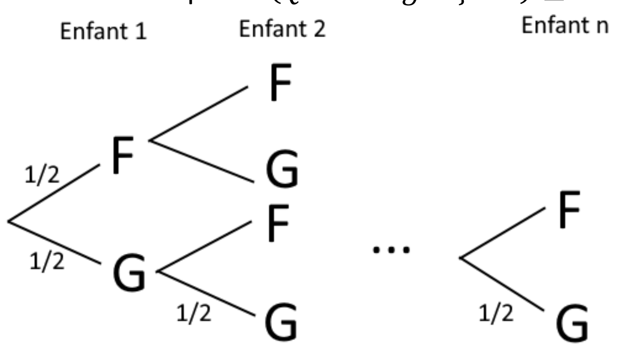
(Il y a $100 \times 100 = 10000$ possibilités)

- $C = \left\{\begin{matrix} r = 1 \; et \; b = 99; \\ r = 2 \; et \; b = 98; \\ \dots\dots \\ r = 99 \; et \; b = 1 \end{matrix}\right\}$ donc $P(C) = \frac{99}{10\,000}$
- $D = \left\{\begin{matrix} r = 1 \; et \; b = 100; \\ r = 2 \; et \; b = 50; \\ r = 4 \; et \; b = 25; \\ r = 5 \; et \; b = 20; \\ r = 10 \; et \; b = 10; \\ r = 20 \; et \; b = 5; \\ r = 25 \; et \; b = 4; \\ r = 50 \; et \; b = 2; \\ r = 100 \; et \; b = 1 \end{matrix}\right\}$ donc $P(D) = \frac{9}{10\,000}$

3 (Au moins une fille)

$P(au\ moins\ 1\ fille) = 1 - P(Que\ des\ garçons)$

Il faut donc que $P(Que\ des\ garçons) \leq 0.01$



$$P(Que\ des\ garçons) = \frac{1}{2} \times \overset{n-fois}{\dots} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

On cherche donc le plus petit entier n tel que $\left(\frac{1}{2}\right)^n \leq 0.01$.

A la calculatrice, on trouve $n = 7$.

Il faut donc qu'ils aient 7 enfants pour avoir au moins 99% d'avoir au moins une fille.

4 (Problème du duc de Toscanne)

1) X représente le résultat d'un dé.

S représente la somme obtenue avec 3 dés.

2) Il y a $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$ possibilités.

3) Il y a 6 issues différentes.

$1+1+3=5$	$1+2+2=5$
$1+3+1=5$	$2+1+2=5$
$3+1+1=5$	$2+2+1=5$

$P(S=5) = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$

4) $P(S=9) = \frac{210}{2\,000} = 0.105$

$P(S=10) = \frac{270}{2\,000} = 0.135$

Le 10 semble donc plus fréquent que le 9.

5) • Lorsqu'il y a 3 chiffres différents dans la somme celle-ci compte en réalité 6 fois.

Exemple : $1+2+6$ $\quad 1+6+2$

$2+1+6 \quad 2+6+1$

$6+1+2 \quad 6+2+1$

• Lorsqu'il y a 2 chiffres différents dans la somme celle-ci compte en réalité 3 fois.

Exemple : $1+4+4 \quad 4+1+4 \quad 4+4+1$

• Lorsque tous les chiffres sont identiques dans la somme celle-ci compte une seul fois.

Exemple : $3+3+3$

$P(S=9) = \frac{6+6+3+3+6+1}{216} = \frac{25}{216} \simeq 0.116$

$P(S=10) = \frac{6+6+3+6+3+3}{2\,16} = \frac{27}{216} \simeq 0.125$

5 (Tiercé)

1) Il y a $12 \times 11 \times 10 = 1320$ possibilités

(1^{er} : 12 ; 2^{er} : 11 ; 3^{er} : 10)

Donc $\frac{1}{1320}$ de les trouver dans l'ordre.

2) Nous avons un exercice précédent qu'il y a 6 façons d'ordonner 3 numéros.

Donc il y a $1320 \div 6 = 220$ possibilités

Donc $\frac{1}{220}$ de les trouver dans le désordre.

6 (Loto)

Il y a : $49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 10$

n°1 × n°2 × n°3 × n°4 × n°5 × n° chance

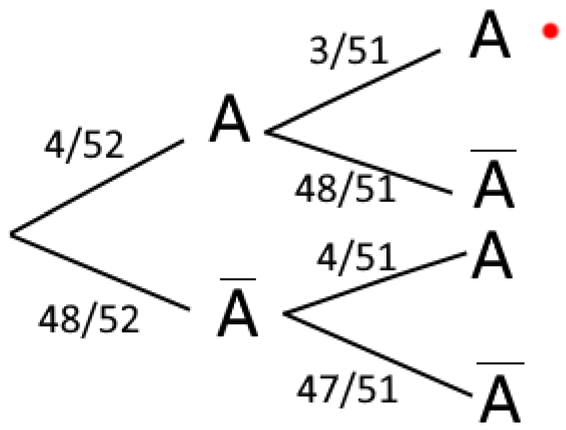
possibilités de trouver la combinaison dans l'ordre.

Mais il y a $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ façons d'ordonner les cinq premiers numéros.

Il y a donc $\frac{49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 10}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 19\,068\,840$ possibilités.

Il y a donc $\frac{1}{19\,068\,840}$ de gagner !

7 **(Poker Texas Holdem)**



$\mathrm{P(As, As)} = \frac{4}{52} \times \frac{3}{51} = \frac{12}{2652} = \frac{1}{221}$