Exercices - Fiche 3 – Problèmes

1 (Distributeur)

Dans une salle d'attente, deux distributeurs de boissons sont installés. On considère les évènements :

A: « Le premier distributeur fonctionne »

B: « Le deuxième distributeur fonctionne »

Il a été établit que :

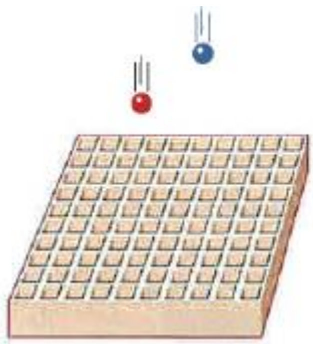
$$P(A) = 0.8 \text{ et } P(B) = 0.6$$

De plus on sait qu'il y a toujours un des deux distributeurs qui fonctionne.

1) Utiliser les symboles A, B, $\bar{\ }$, $\cap$ et $\cup$ pour décrire les évènements suivants
   E: « Les deux distributeurs fonctionnent »
   F: « Au moins l'un des deux distributeurs fonctionne »
   G: « Aucun des deux distributeurs ne fonctionnent »
2) Calculer la probabilité de E, F et G

2 (Deux billes)

Le plateau ci-dessous contient cent cases vides numérotées de 1 à 100.



On lance sur ce plateau une bille rouge, puis une bille bleue qui viennent se loger, au hasard, dans l'une des cases du plateau (elles peuvent se loger dans la même). On note r le numéro de la case dans laquelle s'est logée la bille rouge et b celui de la case dans laquelle s'est logée la bille bleue.

Déterminer la probabilité des évènements suivants :

A : « $r = 100$ » B: « $r = b$ »

C : « $r + b = 100$ » D : « $r \times b = 100$ »

3 (Au moins une fille)

Un couple souhaite avoir des enfants. On considère que la probabilité d'avoir une fille et celle d'avoir un garçon sont égales. Combien doivent-ils avoir d'enfants pour avoir au moins 99% de chance d'avoir au moins une fille ?

4 (Problème du duc de Toscanne)

Le Duc de Toscane était un grand amateur de jeux de dés. À force de jouer, il lui semblait avoir remarqué qu'en lançant trois dés et en additionnant les points obtenus, il obtenait plus souvent 10 points que 9 points. Il n'arrivait pas à comprendre pourquoi parce que selon lui, il y avait autant de chances d'avoir l'un ou l'autre des deux résultats, chacun pouvant être obtenu de six façons différentes :

$9 = 1+2+6 = 1+3+5 = 1+4+4 = 2+2+5 = 2+3+4 = 3+3+3.$

$10 = 1+3+6 = 1+4+5 = 2+2+6 = 2+3+5 = 2+4+4 = 3+3+4.$

Ce problème, appelé le **problème du Duc de Toscane**, fut à l'époque (XVII[e] siècle) source de nombreuses discussions.

Dans le but d'établir un programme de simulation de cette expérience, on écrit l'algorithme suivant :

Variables : x, S
$S \leftarrow 0$
Pour i allant de 1 *à* 3
  $x \leftarrow$ *Entier aléatoire entre* 1 *et* 6
  $S \leftarrow S + x$
Fin Pour.
Afficher S

1) Que représentent les variables x et S ?
2) Quel est le nombre d'issues pour cette expérience aléatoire.
3) Déterminer la probabilité de l'évènement « $S = 5$ »
4) Après 2000 exécutions de cet algorithme on trouve 210 fois la valeur 9 et 270 fois la valeur 10. Estimer les probabilités $P(S = 9)$ et $P(S = 10)$ puis interpréter ces résultats par rapport au problème du Duc de Toscane
5) Trouver une explication à ce paradoxe.

5 (Tiercé)

Pour le tiercé, lors du grand prix de Diane, il y avait 12 pouliches au départ. Il n'y a pas eu d'ex aequo. Pour un joueur qui misé sur trois numéros au hasard, quelle est la probabilité des évènements suivants ?

1) Trouver les 3 premières pouliches dans l'ordre.
2) Trouver les 3 premières pouliches dans le désordre.

6 (Loto)

Au loto il faut obtenir cinq numéros parmi 49, dans n'importe quel ordre, plus un « numéro chance » parmi dix. Quel est la probabilité de gagner ?

7 (Poker Texas Holdem)

Au Poker Texas Holdem, on commence par distribuer à chaque joueur une main de deux cartes. Quelles est la probabilité pour un joueur d'obtenir une paire d'As ?