Exercices – Ensembles de nombres

1 **(Symboles)**

Recopier et compléter les pointillés à l'aide des symboles $\in, \notin, \subset$ ou $\not\subset$:

1. $-2 \ldots \mathbb{Q}$
2. $\frac{-5}{2} \ldots \mathbb{Q}$
3. $\mathbb{Q} \ldots \mathbb{N}$
4. $\frac{1}{5} \ldots \mathbb{D}$
5. $\mathbb{D} \ldots \mathbb{Z}$
6. $\pi \ldots \mathbb{D}$
7. $\mathbb{N} \ldots \mathbb{Q}$
8. $0{,}3 \ldots \mathbb{Q}$
9. $\mathbb{Q} \ldots \mathbb{Z}$
10. $-0{,}333\,33 \ldots \mathbb{Q}$

2 **(Tableau)**

1) Compléter le tableau suivant dans lequel une croix indique que le nombre appartient à l'ensemble.

2) En déduire la nature de chaque nombre

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$-\frac{5}{2}$			X	X	X
$-\frac{6}{2}$					
$-\sqrt{121}$					
$\sqrt{7}$					
2π					
$4{,}5 \times 10^{-4}$					
$-\frac{7}{9}$					
$\frac{617}{8}$					

3 **(Affirmations)**

Reformuler chacune des affirmations suivantes en langage mathématique, puis indiquer si elles sont vraies ou fausses.

a. $-\frac{7}{3}$ est un nombre rationnel

b. $-\frac{5.7}{3.4}$ est un nombre décimal

c. 0.45 est un nombre réel

d. -10^5 est un entier relatif

e. 10^{-5} est un entier relatif

f. Les nombres décimaux sont rationnels

g. $\frac{20}{4}$ est un entier naturel.

h. 0.33 est un nombre décimal mais $\frac{1}{3}$ ne l'est pas.

i. $\frac{\pi}{2}$ est un nombre irrationnel.

j. $\sqrt{-1}$ est un nombre réel.

k. Si x est un nombre rationnel alors x^2 aussi.

4 **(Pi et calculatrice)**

Dans chacun des cas, expliquer pourquoi le nombre n'est pas irrationnel. Préciser alors sa nature.

a. $(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})$

b. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

c. $(\sqrt{8}-\sqrt{2})^2$

5 **(Pi et calculatrice)**

Commenter l'écran de calculatrice ci-dessous.

```
π
                3.141592654
1980127÷630294
                3.141592654
```

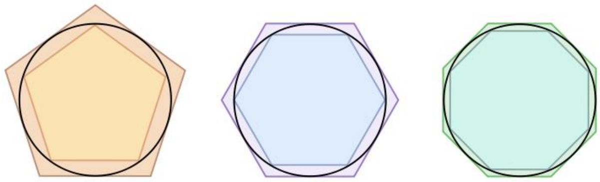
6 **(Arrondi et encadrement de Pi)**

a. Donner un encadrement à 10^{-5} près du nombre π.

b. Donner un arrondi de π au centième près.

7 **(Histoire des approximations de pi)**

1) Au III$^{\text{ème}}$ siècle avant notre ère, Archimède a prouvé les inégalités strictes $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$ à l'aide d'un 96 –gône. Déterminer l'amplitude de cet encadrement.



Méthode d'Archimède : On calcule le périmètre des deux polygônes qui encadrent un cercle de rayon $r = \frac{1}{2}$ pour avoir une approximation de π.

2) Le mathématicien chinois Zu Chongzhi ($429-500$) a donné l'approximation $\pi \approx \frac{355}{113}$. qui restera la plus juste pendant près d'un millénaire. Déterminer la précision de cet arrondi

3) Léonard Euler démontre en 1741 que la somme infinie des inverses des carrés vaut le sixième du carré de pi : $\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots=\frac{\pi^2}{6}$. En calculant la somme des inverses des 10 premiers carrés, donner une approximation du nombre π.

8 **(1=0.999…)**

Soit $x = 0.\underline{9} = 0.999\ldots$

1. Justifier l'égalité suivante : $10x = 9 + x$
2. Résoudre l'équation précédente.
3. Que peut-on en conclure ?