Fiche ___ : Système d'équations

1 – Système linéaire de deux équations à deux inconnues

Définition 1 :

Remarque : Un système d'équation peut avoir **une**, **aucune** ou une **infinité** de solution.

Exemple 1 : $\begin{cases} -x+y=7 \\ 2x+3y=11 \end{cases}$ est un système linéaire à deux équations et deux inconnues x et y

Le couple $(\underbrace{-2}_{x} ; \underbrace{5}_{y})$ est une solution de ce système :

2 – Méthodes de résolution

a. Méthode de substitution

Exemple 2 : Résoudre le système $\begin{cases} x+3y=2 & (1) \\ 2x-5y=-18 & (2) \end{cases}$

- Etape 1 : Dans une des deux équations, on exprime une des inconnues en fonction de l'autre :

___

- Etape 2 : On remplace dans l'autre équation puis on résoud pour trouver une des deux inconnues.

___

___

- Etape 3 : On insère la valeur trouvée dans l'équation initiale pour trouver l'autre solution

___

- Conclusion : ___

b. Méthode de combinaison

Exemple 3 : Résoudre le système $\begin{cases} 2x+3y=1 & (1) \\ -4x+5y=-13 & (2) \end{cases}$

- Etape 1 : On multiplie une des équations pour avoir un nombre opposé de « x » ou de « y » :

___

- Etape 2 : On additionne les deux équations pour éliminer une inconnue puis on résoud :

___

- Etape 3 : On insère la valeur trouvée dans une des deux équations pour trouver l'autre solution :

___

- Conclusion : ___

3 – Interprétation graphique : Lien avec les droites du plan

Propriété 1 : On considère les droites $(d): ax + by + c = 0$ et $(d'): a'x + b'y + c' = 0$

On considère le système S : $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$

-

-

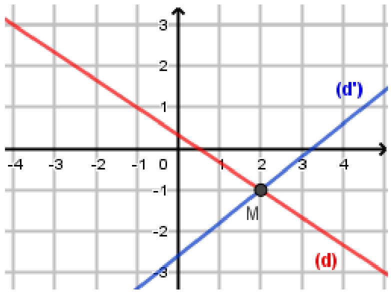
-

Démonstration :

$M \in (d) \cap (d')$ est équivalent à $\begin{cases} M \in (d) \\ M \in (d') \end{cases}$ qui est équivalent à $\begin{cases} ax_M + by_M + c = 0 \\ a'x_M + b'y_M + c' = 0 \end{cases}$ ce qui équivaut à dire que $(x_M; y_M)$ est solution du système S. On en déduit les trois cas présenté ci-dessus. □

Exemple 4 : D'après l'exemple 3, le système $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ -4x + 5y = -13 \end{cases}$ possède une solution unique $(2; -1)$

Les droites $(d): 2x + 3y - 1 = 0$ et $(d'): -4x + 5y + 13 = 0$ ____



Exemple 5 : On considère les deux droites $(d): y = 2x + 1$ et $(d'): y = 2x - 3$

(d) et (d') sont ____

Le système $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$ possède _________________________

En effet en combinant les deux équations on obtient :

____

Exemple 6 : On considère les deux droites $(d): 3x - y = 2$ et $(d'): -6x + 2y = -4$

Considérons le système formé par les deux équations de droites $\begin{cases} 3x - y = 2 & (1) \\ -x + \frac{1}{3}y = \frac{2}{3} & (2) \end{cases}$

____

____

Le système a donc ____________________________ et les deux droites _______________________________ .

Les solutions du système sont tous les couples $(x; y)$ qui vérifient la relation $3x - y = 2$

Ce sont tous les couples formés par les coordonnées des points qui appartiennent à la droite (d).