

## Fiche F2.4 : Equations Produit-Quotient

### 1 – Equation produit nul

**Propriété 1** (Règle du produit nul) : Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul :

$$A(x) \times B(x) = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0 \text{ ou } B(x) = 0$$

**Exemple 1** : Résoudre les équations suivantes :

$$\bullet (x + 2)(x - 7) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 2 = 0 \text{ ou } x - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ ou } x = 7$$

$$S = \{-2; 7\}$$

$$\bullet (3x - 6)(5 - x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x - 6 = 0 \text{ ou } 5 - x = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x = 6 \text{ ou } x = 5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6}{3} = 2 \text{ ou } x = 5$$

$$S = \{2; 5\}$$

$$\bullet x^2(4 - 3x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 0 \text{ ou } 4 - 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 4 = 3x$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{4}{3}$$

$$S = \left\{0; \frac{4}{3}\right\}$$

$$\bullet (3x + 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x + 1 = 0 \text{ (car } (3x + 1)^2 = (3x + 1)(3x + 1))$$

$$\Leftrightarrow 3x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$$S = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$$

### 2 – Equation quotient nul

**Propriété 2** : Un quotient est nul si et seulement si le numérateur est nul et le dénominateur non nul :

$$\frac{A(x)}{B(x)} = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0 \text{ et } B(x) \neq 0$$

**Exemple 2** : Résoudre les équations suivantes :

$$\bullet \frac{4x-6}{3x+5} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x - 6 = 0 \text{ et } 3x + 5 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow 4x = 6 \text{ et } 3x \neq -5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6}{4} = 1.5 \text{ et } x \neq -\frac{5}{3}$$

$$S = \{1.5\}$$

$$\bullet \frac{x-2}{3x-6} = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 0 \text{ et } 3x - 6 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ et } 3x \neq 6$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ et } x \neq \frac{6}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ et } x \neq 2 \text{ Impossible}$$

$$S = \emptyset$$

### 3 – Produit en croix

**Propriété 3** : L'équation  $\frac{A(x)}{B(x)} = \frac{C(x)}{D(x)}$  est équivalente à  $A(x)D(x) = B(x)C(x)$  lorsque  $B(x) \neq 0$  et  $D(x) \neq 0$

**Exemple 3** : Résoudre les équations suivantes :

$$\bullet \frac{-4}{x} = \frac{2}{x+3}$$

Il y a deux valeurs interdites : 0 et -3

Si  $x \neq 0$  et  $-3$ , on peut écrire le produit en croix :

$$-4(x + 3) = 2x$$

$$\Leftrightarrow -4x - 12 = 2x$$

$$\Leftrightarrow -4x - 2x = 12$$

$$\Leftrightarrow -6x = 12$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{12}{-6} = -2$$

$$S = \{-2\}$$

$$\bullet \frac{2x}{x+1} = 3$$

Il y a une valeur interdite : -1

Si  $x \neq -1$ , on peut écrire le produit en croix :

$$2x = 3(x + 1)$$

$$\Leftrightarrow 2x = 3x + 3$$

$$\Leftrightarrow 2x - 3x = 3$$

$$\Leftrightarrow -x = 3$$

$$\Leftrightarrow x = -3$$

$$S = \{-3\}$$



