

Fiche F2.5 : Inéquations Produit-Quotient

1 – Signe d'un Produit/Quotient

Propriété 1 (Règle des signes) :

- Le produit/quotient de deux nombres positifs est positif
- Le produit/quotient de deux nombres négatifs est positif
- Le produit/quotient de deux nombres de signe opposés est négatifs

\times / $+$	$-$	$+$
$-$	$+$	$-$
$+$	$-$	$+$

But : On connaît le signe de certaines fonctions simples (fonctions affines, fonctions de références).

En utilisant la règle des signes on peut donc déterminer le signe du produit/quotient de ces fonctions

Méthode :

1. On cherche pour quelle(s) valeur de x , chaque terme du produit/quotient s'annule
2. On réalise un « grand tableau » (Une ligne pour chaque terme du produit/quotient)
3. On complète le signe de chaque terme.
4. On applique la règle des signes

Exemple 1 : Etudier le signe des fonctions suivantes :

• $f(x) = (x - 3)(2 - 5x)$

. $x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

. $2 - 5x = 0 \Leftrightarrow 2 = 5x \Leftrightarrow x = \frac{2}{5} = 0.4$

x	$-\infty$	0.4	3	$+\infty$
$x - 3$	$-$	$-$	0	$+$
$2 - 5x$	$+$	0	$-$	$-$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0

• $g(x) = \frac{3-2x}{1+2x}$

. $3 - 2x = 0 \Leftrightarrow 3 = 2x \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} = 1.5$

. $1 + 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} = -0.5$

x	$-\infty$	-0.5	1.5	$+\infty$
$3 - 2x$	$+$	$+$	0	$-$
$1 + 2x$	$-$	0	$+$	$+$
$g(x)$	$-$		$+$	0

Remarque : Dans un quotient, la valeur qui annule le dénominateur est appelée une **valeur interdite**.

2 – Application à la résolution des inéquations

Propriété 2 :

- L'inéquation $f(x) \geq 0$ ($f(x) > 0$) est vérifiée lorsque la fonction f est (strictement) **positive**.
- L'inéquation $f(x) \leq 0$ ($f(x) < 0$) est vérifiée lorsque la fonction f est (strictement) **négative**.

Exemple 2 : Résoudre les inéquations suivantes

• $(x - 3)(2 - 5x) \geq 0$

≥ 0 donc on prend tout ce qui est « + » ou « 0 »

On trouve $S = [0.4; 3]$

• $\frac{3-2x}{1+2x} < 0$

< 0 donc on prend tout ce qui est « - »

On trouve $S =] - \infty; -0.5[\cup] 1.5; +\infty[$



