

Fiche ____ : Arithmétique

1 – Multiples et diviseurs

Définition 2 : Soient a et b deux entiers.

Exemple 1 :

-
-

Propriété 1 :

Exemple 2 : 15 et 35 sont des multiples de 5 donc

Démonstration : On considère un entier a .

- Soient b et c deux multiples de a : On peut alors écrire $b = \underline{\hspace{2cm}}$ et $c = \underline{\hspace{2cm}}$ avec k et k' deux entiers.
- La somme de b et c peut alors s'écrire $b + c = \underline{\hspace{2cm}}$
- On factorise par a ce qui donne : $b + c = \underline{\hspace{2cm}}$
- On a donc $b + c = K \times a$ avec $K = \underline{\hspace{2cm}}$ ce qui prouve que $b + c$ est un multiple de a . □

Critère de multiplicité :

- Les multiples de 2 se terminent par les chiffres 0, 2, 4, 6 ou 8.
- La somme des chiffres d'un multiple de 3 est un multiple de 3.
- Les multiples de 4 sont deux fois divisibles par 2.
- Les multiples de 5 se terminent par les chiffres 0 ou 5.
- Les multiples de 6 sont divisibles par 2 et par 3
- La somme des chiffres d'un multiple de 9 est un multiple de 9.
- Les multiples de 10 se terminent toujours par 0.

Ex :

Ex :

Ex :

Ex :

Ex :

Ex :

Ex :

2 – Nombres pairs et impairs

Définition 3 : Soit n un entier. Il y a deux cas possibles :

-
-

Exemple 3 :

- 122 est un nombre . Il peut s'écrire sous la forme $122 = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 91 est un nombre . Il peut s'écrire sous la forme $91 = \underline{\hspace{2cm}}$.



Propriété 2 :

Exemple 4 :

Démonstration : On considère un entier impair n .

- On peut alors écrire $n = \underline{\hspace{2cm}}$ avec k un nombre entier.
- A l'aide de l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, calculons le carré de n :

$$n^2 =$$

- Mais, $4k^2 + 4k$ est un multiple de 2 et on peut écrire : $n^2 =$
- Donc n^2 peut s'écrire sous la forme $n^2 = 2K + 1$ avec $K = \underline{\hspace{2cm}}$ ce qui prouve que n est impair. \square

3 – Nombres premiers

Définition 4 :

Exemple 5 :

- 0 n'est pas premier car tout nombre a divise 0 : $0 = 0 \times a$; 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur.
- $2 = 2 \times 1$ est premier car il a 2 diviseurs : 1 et 2. C'est le seul nombre premier pair.
- $4 = 2 \times 2$ n'est pas premier car il possède 3 diviseurs : 1, 2 et 4.

Crible d'Eratostène : Voici un algorithme qui permet de lister les nombres premiers jusqu'à 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- On barre 1 qui n'est pas premier.
- On entoure 2 qui est premier et on barre tous les multiples de 2.
- Même chose avec 3 qui est premier.
- Le chiffre 4 est déjà barré. Même chose avec 5 qui est premier.
- Le chiffre 6 est déjà barré. Même chose avec 7 qui est premier.
- Il n'y a plus de nombres premiers inférieur ou égaux à 10, et on a barré tous les multiples des nombres inférieurs ou égaux à 10.
- Il reste à barrer seulement les nombres $n = p \times q$ avec $p, q \geq 10$.
- Mais dans ce cas $n \geq 10 \times 10 = 100$.
- On a donc barré tous les nombres premiers jusqu'à 100.

Propriété 3 :

Exemple 6 :

- 79 :
- $360 =$
 $=$
 $=$
 $=$

