Fonction carré - Exercices

1 (Image 1)

- $f(0) = 0^2 = 0 \times 0 = 0$
- $f(-1) = (-1)^2 = 1$
- $f(12) = 12^2 = 12 \times 12 = 144$
- $f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1^2}{3^2} = \frac{1}{9}$
- $f(10^5) = (10^5)^2 = 10^{5\times 2} = 10^{10}$
- $f(\sqrt{3}) = \left(\sqrt{3}\right)^2 = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$
- $f\left(5\sqrt{5}\right) = \left(5\sqrt{5}\right)^2 = 5^2 \times \left(\sqrt{5}\right)^2$
  $= 25 \times 5 = 125$

2 (Image 2)

- $f(2 \times 10^5) = (2 \times 10^5)^2 = 4 \times 10^{10}$
- $f(-1.2 \times 10^4) = (-1.2 \times 10^4)^2$
  $= 1.44 \times 10^8$
- $f(2.5 \times 10^{-3}) = (2.5 \times 10^{-3})^2$
  $= 6.25 \times 10^{-6}$
- $f(9 \times 10^{10}) = (9 \times 10^{10})^2 = 81 \times 10^{20}$
  $= 8{,}1 \times 10^{21}$

3 (Image 3)

a. $\left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)^2 = \sqrt{2}^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{8} + \sqrt{8}^2$
$= 2 + 2\sqrt{2 \times 8} + 8$
$= 10 + 2\sqrt{16} = 10 + 2 \times 4 = 18$

b. $\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2 = \sqrt{5}^2 - 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} + \sqrt{3}^2$
$= 5 - 2\sqrt{15} + 3 = 8 - 2\sqrt{15}$

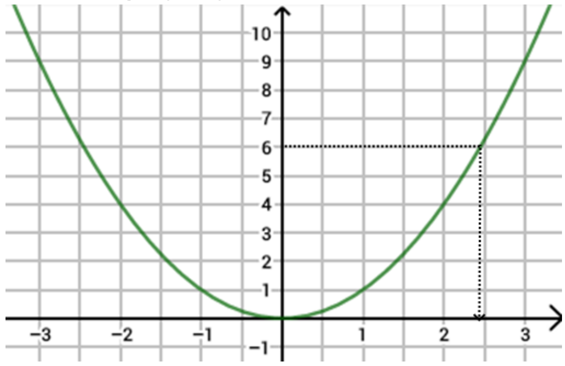
c. $\left(2\sqrt{2}+3\sqrt{3}\right)^2$
$= (2\sqrt{2})^2 + 2 \times 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{3} + (3\sqrt{3})^2$
$= 4 \times 2 + 12\sqrt{2 \times 3} + 9 \times 3$
$= 35 + 12\sqrt{6}$

d. $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{(1+\sqrt{5})^2}{2^2} = \frac{1+2\sqrt{5}+\sqrt{5}^2}{4} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$

4 (Antécédents)

- $81 > 0$, donc 2 antécédents qui sont :
  $\sqrt{81} = 9$ et $-\sqrt{81} = -9$
- $-5 < 0$: Pas d'antécédents.
- $10000 > 0$, donc 2 antécédents qui sont :
  $\sqrt{10000} = 100$ et $-\sqrt{10000} = -100$
- 0 est l'unique antécédent de 0.
- $\frac{1}{36} > 0$ donc 2 antécédents qui sont :
  $\sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$ et $-\sqrt{\frac{1}{36}} = -\frac{1}{6}$
- $\frac{16}{9} > 0$, donc 2 antécédents qui sont :
  $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$ et $-\sqrt{\frac{16}{9}} = -\frac{4}{3}$
- $0.25 > 0$ donc 2 antécédents qui sont :
  $\sqrt{0.25} = 0.5$ et $-\sqrt{0.25} = -0.5$
- $10^8 > 0$, donc 2 antécédents qui sont :
  $\sqrt{10^8} = 10^4$ et $-\sqrt{10^8} = -10^4$
- $4 \times 10^{10} > 0$, donc 2 antécédents qui sont :
  $\sqrt{4 \times 10^{10}} = 2 \times 10^5$ et -2×10^5

5 (Lecture graphique)



$\sqrt{6} \approx 2.45$

6 (Equations)

a. $x^2 = 9$ $\quad S = \{-3; 3\}$

b. $x^2 = 100$ $\quad S = \{-10; 10\}$

c. $x^2 = 20$ $\quad S = \{-2\sqrt{5}; 2\sqrt{5}\}$

car $x = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

d. $x^2 = 50$ $\quad S = \{-5\sqrt{2}; 5\sqrt{2}\}$

car $x = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

e. $x^2 = -25$ $\quad S = \emptyset$

f. $x^2 = 0$ $\quad S = \{0\}$

7 (Inéquation)

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $x^2 \leq 4$ $\quad S = [-2;\ 2]$

b. $x^2 > 1$ $\quad S =]-\infty;\ -1[\cup]1;\ +\infty[$

c. $x^2 < 5$ $\quad S =]-\sqrt{5};\ \sqrt{5}[$

d. $x^2 \geq 3$ $\quad S =]-\infty;\ -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3};\ +\infty[$

e. $x^2 \geq 0$ $\quad S = \mathbb{R}$

f. $x^2 < -1$ $\quad S = \emptyset$

8 (Comparaison)

a. $5.124^2 < 5.4^2$ car $5.124 < 5.4$ et que la fonction carré est croissante sur $[0; +\infty[$

b. $(-0{,}5)^2 > (-0.47)^2$ car $-0.5 < -0.47$ et que la fonction carré est décroissante sur $]-\infty; 0]$.

c. $(-\pi)^2 > (-3.14)^2$ car $-\pi < -3.14$ et que la fonction carré est décroissante sur $]-\infty; 0]$.

d. $\left(\frac{24}{7}\right)^2 > \left(\frac{10}{3}\right)^2$ car $\frac{24}{7} = \frac{72}{21} < \frac{10}{3} = \frac{70}{21}$ et que la fonction carré est croissante sur $[0; +\infty[$.

e. $\left(\sqrt{3}-1\right)^2 < (\sqrt{3}+1)^2$ car $\sqrt{3} - 1 < \sqrt{3} + 1$ et la fonction carré est croissante sur $[0; +\infty[$.

9 **(Inégalités à compléter)**

1) Compléter les inégalités suivantes :

a. Si $x \geq 2\sqrt{2}$ alors $x^2 \geq \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 8$

b. Si $x \leq -0.5$ alors $x^2 \geq (-0.5)^2 = 0.25$

c. Si $x < -\frac{5}{4}$ alors $x^2 > \left(-\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$

2) Compléter les inégalités suivantes :

a. Si $1 \leq x \leq 3$ alors $1 \leq x^2 \leq 9$

b. Si $-2 \leq x \leq -1$ alors $1 \leq x^2 \leq 4$

c. Si $-3 \leq x \leq 2$ alors $4 \leq x^2 \leq 9$

10 **(Comparer mentalement)**

1) $11^2 = 11 \times 11 = 121$

$\left(8\sqrt{2}\right)^2 = 8\sqrt{2} \times 8\sqrt{2} = 64 \times 2 = 128$

Donc $b > a$ soit $8\sqrt{2} > 11$, car la fonction carré est croissante sur $[0;\ +\infty[$.

2) $\left(2\sqrt{13}\right)^2 = 2^2 \times 13 = 4 \times 13 = 52$

$\left(3\sqrt{7}\right)^2 = 3^2 \times 7 = 9 \times 7 = 63$

Donc $b > a$ soit $3\sqrt{7} > 2\sqrt{3}$, car la fonction carré est croissante sur $[0;\ +\infty[$.

11 **(Comparaison d'un nombre et de son carré)**

1) On a $1^2 = 1$ et $0^2 = 0$, donc il existe deux nombres égaux à son carré.

2) Sur $[0; 1]$, on a $x \geq x^2$.

Sur $]-\infty; 0[\ \cup\ ]1; +\infty[$, on a $x^2 > x$.

12 **(Tremplin)**

$l = \sqrt{0.5} - \left(-\sqrt{2}\right) = \sqrt{0.5} + \sqrt{2} \approx 2.12\ m$

Indice : le côté $2\ m$ se situe à gauche du minimum de la parabole, donc la valeur est négative : $-\sqrt{2}$.