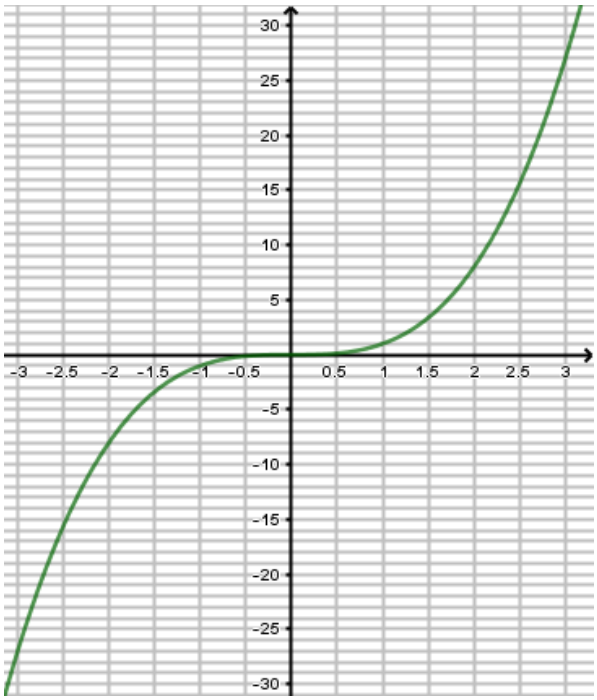
Fonction cube - Exercices

Pour les exercices de 1 à 6 on pourra s'aider de la courbe représentative de la fonction carré ci-dessous.



1 (Image)

Quelle est l'image des nombres suivants par la fonction cube (On donnera des valeurs exactes) ?

$0\ ;\ -1\ ;\ -\frac{2}{5}\ ;\ 10^2\ ;\ 4\times 10^3\ ;\ -0.02\ ;\ \sqrt{5}\ ;\ -3\sqrt{3}$

2 (Antécédents)

Déterminer les antécédents des nombres suivants par la fonction cube

$27\ ;\ 125\ 000\ 000\ ;\ 10^9\ ;\ -0{,}001\ ;\ \frac{1}{8}\ ;\ -\frac{1}{64}\ ;\ 2\sqrt{2}$

3 (Equations/Inéquations)

A l'aide du graphique de la fonction cube résoudre graphiquement les équations suivantes :

a. $x^3 = -8$ b. $x^3 \geqslant 1$

c. $x^3 < 0$ d. $x^3 \geqslant -0{,}125$

4 (Encadrement)

Compléter les propositions suivantes :

a. Si $0{,}5 \leq x \leq 1$ alors … $\leq x^3 \leq$ …

b. Si $x \leq 0{,}3$ alors $x^3 \in$ …

c. Si $x \geq -0{,}5$ alors $x^3 \in$ …

d. Si $x \in [1{,}5;\ 3]$ alors $x^3 \in$ …

5 (Comparaison)

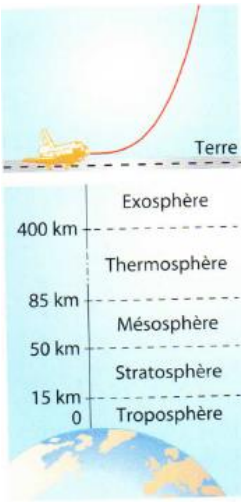
Comparer les nombres suivants :

a. $0{,}01^3$ et $0{,}007^3$

b. -1.12^3 et -1.21^3

c. $(1-\sqrt{2})^3$ et $(1-\sqrt{3})^3$

6 (Navette spatiale)



On considère la fonction F définie sur $[0;\ 100]$ par $F(t) = 0.00001t^3$. Dans un repère, la courbe de F modélise la trajectoire, en km, d'une navette spatiale qui décolle de la Terre, en fonction du temps t en secondes.

1) Au bout de combien de temps, la navette sortira-t-elle de la troposphère ?

2) Combien de temps mettra-t-elle à traverser la stratosphère ?

7 (Position relative)

Comparer les nombres suivants sans utiliser la calculatrice :

a. $0.6\ ;\ 0.6^2$ et 0.6^3

b. $2.5\ ;\ 2.5^2\ ;\ 2.5^3$

c. $\frac{9}{10}\ ;\ \left(\frac{9}{10}\right)^2\ ;\ \left(\frac{9}{10}\right)^3$

d. $\frac{13}{12}\ ;\ \left(\frac{13}{12}\right)^2\ ;\ \left(\frac{13}{12}\right)^3$

8 Le but de cet exercice est de discuter de l'affirmation suivante : « Le cube d'un nombre est toujours supérieur à lui-même ».

1) Que pensez-vous de cette affirmation ?

2) <u>Méthode graphique</u>

a. Tracer sur la calculatrice dans un même repère, la fonction cube ainsi que la fonction identité puis déterminer la position relative des deux courbes.

b. En déduire les solutions de l'inéquation $x^3 > x$.

3) <u>Méthode algébrique</u>

Soit h la fonction définie par $h(x) = x^3 - x$.

a. Factoriser $h(x)$.

b. Réaliser le tableau de signe de h.

c. Résoudre alors $h(x) > 0$, puis en déduire les solutions de l'inéquation $x^3 > x$.

9 Pour tout entier $n > 0$, on définit la fonction f_n définie par $f_n(x) = x^n$.

1) Tracer f_n sur la calculatrice pour les premières valeurs de n.

2) Conjecturer le signe et les variations de $f_n(x)$ en fonction de la parité de n.