Chap D2 : Applications de la proportionnalité

1 – Pourcentages

Définition 1 : Un **pourcentage** est une proportion par rapport à 100 : $p\ \% = \frac{p}{100}$

Exemple 1 :

1) A quel pourcentage correspond la proportion $\frac{3}{20}$? $\frac{3}{20} = \frac{3\times5}{20\times5} = \frac{15}{100}$ c'est-à-dire 15%.
2) A quelle proportion correspond le pourcentage 4% ? 4% correspond à $\frac{4}{100} = \frac{4\div4}{100\div4} = \frac{1}{25}$.

Proportion à connaître : • $\frac{1}{2} = 50\%$ • $\frac{1}{3} \approx 33\%$ • $\frac{1}{4} = 25\%$ • $\frac{1}{5} = 20\%$ • $\frac{1}{6} = 17\%$

• $\frac{1}{8} = 12.5\%$ • $\frac{1}{10} = 10\%$ • $\frac{2}{3} \approx 67\%$ • $\frac{3}{4} = 75\%$ • $1 = 100\%$

Remarque : Un pourcentage traduit une **situation de proportionnalité** où l'on ramène une quantité sur une base de 100. Pour résoudre les problèmes de pourcentages on pourra utiliser le tableau suivant pour organiser les données :

	Valeurs	Pourcentage
Quantité partielle		
Quantité totale		100

Propriété 1 : Pour **calculer** un pourcentage on peut utiliser la formule suivante :

$$p\ \% = \frac{Quantité\ partielle}{Quantité\ totale} \times 100$$

Exemple 2 : Quel est le pourcentage de voyelles dans cette phrase ?

Il y a 18 voyelles **sur** 45 lettres dans cette phrase.

On a donc $p\ \% = \frac{18}{45} \times 100 = \frac{2}{5} \times 100 = 40\ \%$.

Le pourcentage de voyelles et de 40 %.

Voyelles	18	x
Lettres	45	100

$$x = \frac{18\times100}{45} = \frac{18}{45} \times 100$$

Propriété 2 : Pour **appliquer** un pourcentage p % d'une quantité totale on utilise la formule :

$$Quantité\ partielle = \frac{p}{100} \times Quantité\ totale$$

Exemple 3 : Durant les soldes, un jean coûtant 85€ est soldé -30%. Quel est le prix soldé ?

$Réduction = \frac{30}{100} \times 85 = 0.3 \times 85 = 25.5$ €

$Prix\ soldé = 85 - 25.5 = 59.5$ €.

Le prix soldé sera de 59.5 €

Reduction	x	30
Prix initial	85	100

$$x = \frac{30\times85}{100} = \frac{30}{100} \times 85$$

2 – Grandeurs composées

Lorsque l'on effectue des mesures, il est important d'indiquer quelle est l'unité de la grandeur mesurée. On distingue :

● Les **grandeurs simples** qui s'expriment en unité simple.

Ex : Distance (m) ; Temps (h, min, s) ; Masse $(g; kg)$; Intensité (A) ; Température $(K, °C)$

● Les **grandeurs composés** qui s'expriment comme produit ou quotient d'unités simples :

Ex : Surface $(m^2 = m \times m)$; Vitesse $(km/h, m/s)$; Débit m^3/s ; etc

Remarque : Le système internationnal (SI) comporte 7 unités fondamentales à partir desquels on peut composer toutes les autres unités : La **seconde** (temps), le **kilogramme** (masse), la **mole** (quantité de matière), la **candela** (intensité lumineuse), le **kelvin** (température), **l'ampère** (courant électrique) et le **mètre** (distance).

Pour étudier les grandeurs quotients, on s'aider d'un tableau de proportionnalité.

Exemple 4 : Une chasse d'eau fuit. Le gaspillage sur une journée représente $576\,L$. Quel est le débit de la fuite en L/min.

Volume d'eau (en L)	576	x
Temps (en min)	1440	1

● $1\,Journée = 24\,h = 24 \times 1h = 24 \times 60\,min = 1440\,min$

● $x = \frac{576 \times 1}{1440} = \frac{576}{1440} = 0.4$

● Le débit de la fuite est de $0.4\,L/min$

Exemple 5 : L'or est un métal qui figure parmi les plus denses : Sa densité est de $19.3 g/cm^3$. Calculer la masse d'un lingot d'or dont les dimensions sont : $43\,mm \times 86\,mm \times 15\,mm$.

Volume d'or (en cm^3)	1	55.47
Masse d'or (en g)	19.3	x

● On convertit en cm : Le lingot est un pavé qui mesure $4.3\,cm \times 8.6\,cm \times 1.5\,cm$.

● Son volume est donc $V = 4.3 \times 8.6 \times 1.5 = 55.47\,cm^3$.

● $x = \frac{55.47 \times 19.3}{1} = 55.47 \times 19.3 = 1070.571 \approx 1\,071\,g$

● La masse du lingot est de $1.071\,kg$

3 – Vitesse

Définition 2 : La **vitesse moyenne** d'un objet en mouvement est définie par la formule :

$$vitesse = \frac{distance\ parcourue}{temps\ écoulé} \text{ soit } v = \frac{d}{t}$$

Remarques :

- La vitesse est donc une grandeur quotient $distance/temps$ que l'on mesure généralement en km/h ou en m/s.
- Pour calculer la distance parcourue on peut utiliser la formule : $d = v \times t$.
- Pour calculer le temps d'un déplacement on peut utiliser la formule : $t = \frac{d}{v}$.
- On peut s'aider d'un tableau de proportionnalité pour calculer les différentes grandeurs.

Exemple 6 : Un chauffeur routier a effectué $120\ km$ en $2\ h\ 24\ min$.

Distance (en km)	120	50	d	180	≈ 0.014
Temps (en h)	2.4	1	8	t	$\frac{1}{3600}$

1) Calcule sa vitesse moyenne v en km/h.

- Il faut convertir $2\ h\ 24\ min$ en heures décimales :

$$24\ min = 24 \times \frac{1}{60}h = \frac{24}{60}h = \frac{4}{10}h = 0.4\ h \text{ donc } 2\ h\ 24min = 2.4\ h.$$

- On calcule : $v = \frac{120}{2.4} = 50$. Sa vitesse moyenne est de $50\ km/h$

2) A cette vitesse, calcule la distance d parcourue en 8 heures

- $d = v \times t = 50 \times 8 = 400$. La distance parcourue est de $400\ km$

3) A cette même vitesse, calcule le temps t mis pour un parcours de $180\ km$

- $t = \frac{d}{v} = \frac{180}{50} = 3.6h$
- On convertit en heures minutes : $0.6\ h = 0.6 \times 1h = 0.6 \times 60\ min = 36\ min$

  Il faut $3.6h = 3\ h\ 36\ min$ pour parcourir $180\ km$

4) Convertir la vitesse du camion en m/s.

- $50\ km/h = \frac{50km}{1h} = \frac{50\ 000\ m}{3\ 600\ s} \approx 14\ m/s$

Remarque : On a $1\ m/s = \frac{1m}{1s} = \frac{1m \times 3600}{1s \times 3600} = \frac{3600\ m}{3600\ s} = \frac{3.6km}{1h} = 3.6\ km/h$.

- Pour passer des m/s au km/h on peut **multiplier** par 3.6.
- Pour passer des km/h au m/s on peut **diviser** par 3.6.