Chap G5 : Espace

1 – Prisme droit

Définition 1 : Un **prisme droit** est un solide dans lequel :

● Les deux **bases** sont des polygônes superposables et parallèles.

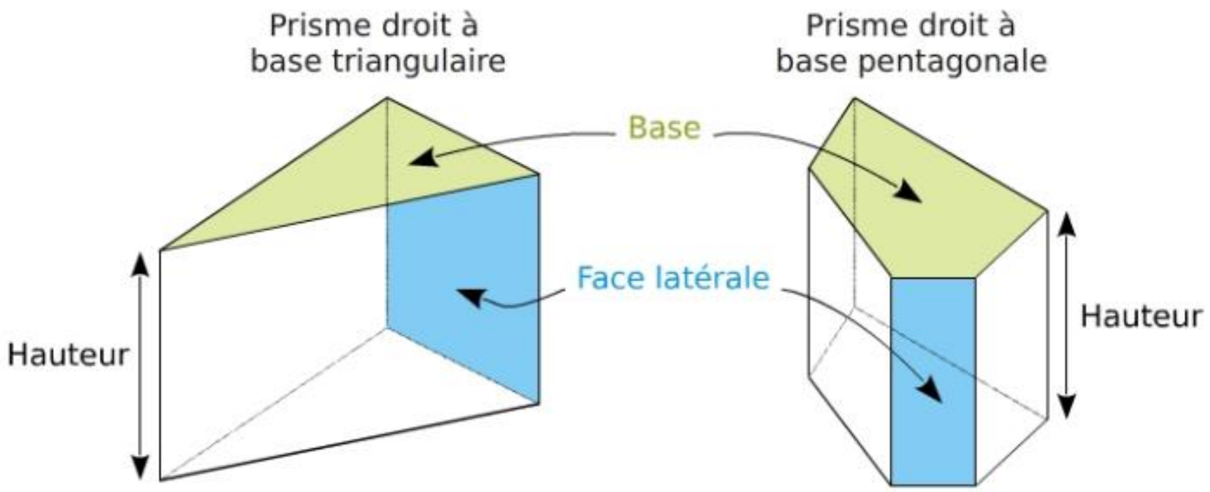
● Les **faces latérales** sont de forme rectangulaire.

Remarques :

● Toutes les faces latérales ont une dimension en commun appelée la **hauteur** du prisme.

● Il y a autant de faces latérales que de côtés dans le polygone de la base.

Exemple 1 : Voici deux exemples de prismes droits :



● Bases : Triangles (3 côtés)

● Nombre de faces : 5 faces dont 3 latérales.

● Nombre d'arrêtes : 9 arrêtes

● Nombre de sommets : 6 sommets

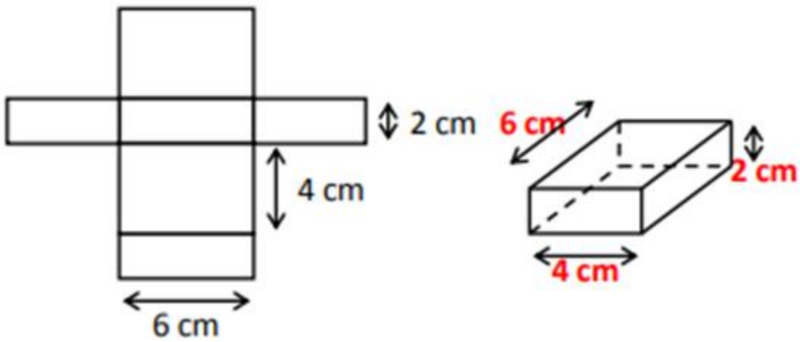
● Bases : Pentagones (5 côtés)

● Nombre de faces : 7 faces dont 5 latérales.

● Nombre d'arrêtes : 15 arrêtes

● Nombre de sommets : 10 sommets

Exemple 2 : Un pavé droit et son patron.



Remarque : Il existe plusieurs possiblités pour construire le patron d'un prisme donné.

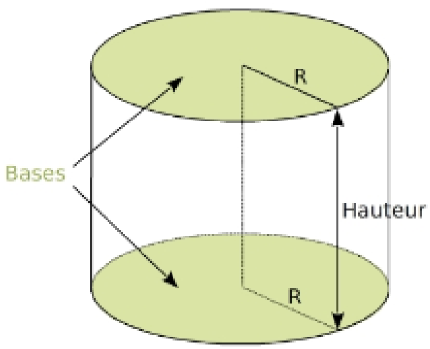
2 – Cylindre

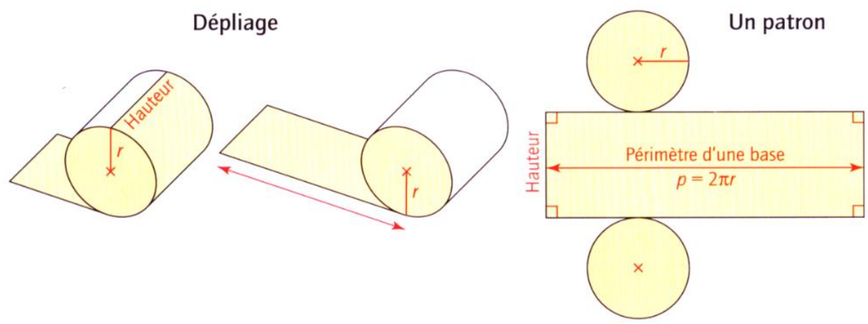
Définition 2 : Un **cylindre** est un solide dans lequel :

- Les deux **bases** sont des disques superposables et parallèles.
- La **surface latérale** est un rectangle entouré autour des deux bases.

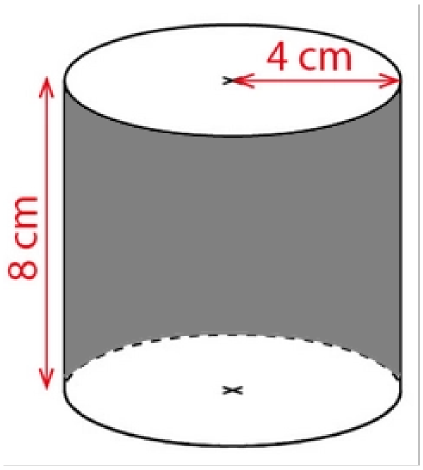
Remarques :

- Le **rayon** du cylindre est le rayon des deux disques identiques de la base.
- La **hauteur** du cylindre est la longueur du segment joignant les centres des deux disques.





Exemple 3 : Voici un cylindre de rayon $4\ cm$ et de hauteur $8\ cm$



1) Déterminer le périmètre de la base du cylindre.

   Le périmètre d'un cercle est donnée par la formule :

   $Périmètre = 2 \times \pi \times rayon$ (ou $P = 2\pi r$)

   Donc $P = 2 \times \pi \times 4 = 8 \times \pi \approx 8 \times 3.14 \approx 25.12\ cm$.

2) En déduire l'aire de la surface latérale.

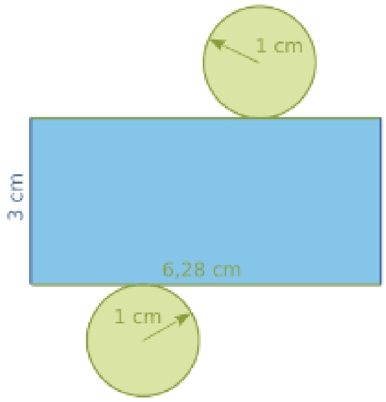
   La surface latérale est un rectangle qui a pour dimension :

   Longueur : $L = 25.12\ cm$; Largeur : $l = 8\ cm$

   L'aire de la surface latérale est donc donnée par :

   $Aire = Longueur \times largeur \approx 25.12 \times 8 \approx 200.96\ cm^2$

Exemple 4 : Patron d'un cylindre de rayon $1\ cm$ et de hauteur $3\ cm$



- La longueur de la surface latérale correspond au périmètre de la base c'est-à-dire :

  $$L = P = 2 \times \pi \times 1 \approx 2 \times 3.14 \approx 6.28\ cm$$

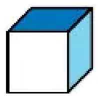
- La largeur de la surface latérale correspond à la hauteur du cylindre soit $l = 3\ cm$
- Les deux disques ont pour rayon $1\ cm$

3 – Volumes

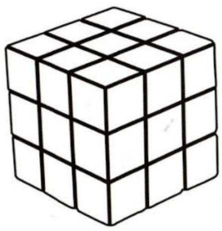
Définition 3 : Le **volume** d'un solide est la mesure de l'espace occupé par ce solide.

Remarque : Pour exprimer le volume d'un solide on doit d'abord définir une **unité de volume**. Le volume d'un solide correspond au nombre d'unité de volume nécessaire pour remplir l'espace occupé par le solide.

Exemple 5 : Quel est le volume du Rubicube ?



1 unité de volume



- 1 unité de volume = 1 cube
- Il y a $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ cubes dans un Rubicube
- $Volume = 27$ unités de volume.

Unités de volumes :

- On exprime généralement un volume en « $unité\ de\ longueur - \ cube$ » : cm^3, m^3, km^3...
- Dans le système international l'unité de volume est le **mètre cube**.

  $1\ m^3$ désigne le volume occupé par un cube de $1\ m \times 1\ m \times 1\ m$.
- Attention : Il y a un facteur 1000 entre deux préfixes d'unités de volume.

  $1\ cm^3 = 1\ cm\ \times 1\ cm \times 1\ cm = 10\ mm \times 10\ mm \times 10\ mm = 1\ 000\ mm^3$.
- L'**unité de contenance** (pour mesurer une quantité de liquide) principale est le **Litre** :

  . $1\ Litre$ est le volume d'un cube de $10\ cm$ de côté : $1\ L = 1\ dm^3$; $1\ m^3 = 1000\ L$.

  . $1\ Litre$ est approximativement le volume occupée par 1 Kilogramme d'eau.

  . On utilise aussi les unités dérivés du Litre : $1\ hL = 100\ L, 1\ cL = 0.01\ L, 1\ mL = 0.001\ L$.
- Pour les conversions avec les unités de volumes on peut utiliser le tableau suivant :

km³			hm³			dam³			m³			dm³			cm³			mm³		
											kL	hL	daL	L	dL	cL	mL			
							2	5	0	0	0									
											0	0	0	0	4	5	3	7		
											0	0	1	2	0	0	0			

Exemple 6 : Effectuer les conversions suivantes :

- $25\ dam^3\ =\ 25\ 000\ m^3$
- $12\ L\ =\ 1\ 200\ cL = 12\ 000\ cm^3$
- $453,7\ cm^3\ =\ 0.0004537\ m^3$
- $12\ L = 0.012\ m^3$

Propriété 1 : Le volume d'un **prisme droit** ou d'un **cylindre** est donnée par la formule :

$$Volume = Aire\ de\ la\ base \times hauteur$$

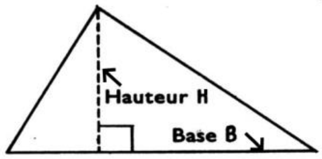
Remarques :

- Dans le cas d'un **cylindre** la base est un cercle et $Aire\ de\ la\ base = \pi \times rayon^2$.

  La formule devient $Volume = \pi \times rayon^2 \times hauteur$ que l'on peut noter $V = \pi r^2 h$

- Dans le cas d'un **prisme à base triangulaire** la base est un triangle :

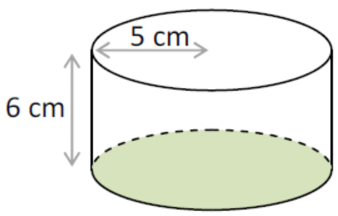
  $Aire\ de\ la\ base = \frac{B \times H}{2}$ où B est la base et H la hauteur du triangle.



- Pour un **pavé droit** la base est un rectangle : $Aire\ de\ la\ base = Longueur \times largeur$.

  La formule devient $Volume = Longueur \times largeur \times hauteur$ ou $V = L \times l \times h$

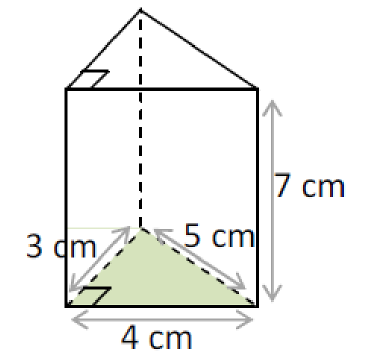
Exemple 7 : Calculer le volume du cylindre ci-dessous.



$$\begin{aligned} Volume &= \pi \times rayon^2 \times hauteur \\ &= \pi \times 5^2 \times 6 \\ &\approx 3.14 \times 150 \\ &\approx 471 \end{aligned}$$

Le volume du cylindre est de $471\ cm^3$

Exemple 8 : Calculer le volume du prisme droit ci-dessous.



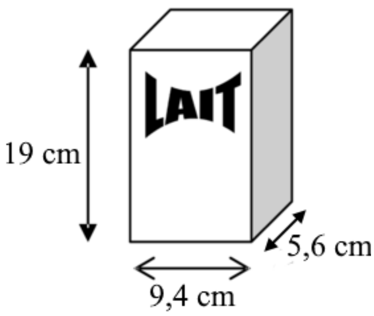
La base est un triangle rectangle. Dans un triangle rectangle, la base et la hauteur du triangle sont les deux côtés de l'angle droit.

$$Aire\ de\ la\ base = \frac{B \times H}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = \frac{12}{2} = 6\ cm^2$$

$$Volume = Aire\ de\ la\ base \times hauteur = 6 \times 7 = 42\ cm^3$$

Le volume du prisme est de $42\ cm^3$

Exemple 9 : Calculer la capacité de cette brique de lait.



La brique est un pavé droit.

$$Volume = L \times l \times h$$

$$Volume = 9.4 \times 5.6 \times 19$$

$$Volume \approx 1000\ cm^3 = 1\ dm^3 = 1\ L$$

La capacité de cette brique de lait est d'un litre.