Chap N4 : Nombres relatifs

1 – Généralités

Introduction : Nous allons ici introduire de nouveaux nombres : les **nombres négatifs**. Ces nombres sont historiquement apparus pour représenter les **dettes**. On les rencontre aujourd'hui dans différents domaines de la vie quotidienne : température négative, niveaux dans un sous sol, découvert sur un compte bancaire, dates avant J-C, etc. Ils permettent également de réaliser certains calculs que l'on ne pouvait pas réaliser avant.

Exemple 1 :

- Le calcul $1-2$ n'a pas de résultat dans les nombres positifs : Il a pour résultat $1-2=-1$.
- Dans un parking souterrain on peut garer sa voiture au niveau -2.
- La température la plus froide enregistré sur la planète est de $-89{,}2°C$.
- Le solde d'un compte bancaire indique $-150{,}98€$. Cela signifie, que le titulaire du compte a une dette de $150{,}98€$ envers sa banque. On dit qu'il est à découvert.
- Une altitude de $-56\ m$ signifie une profondeur de $56\ m$ sous le niveau de la mer.
- L'écriture a été inventée en -3500 : c'est dire 3500 ans avant J-C.

Définition 1 :

- Un nombre **positif** est un nombre qui est supérieur ou égal à 0. Il s'écrit avec le signe « $+$ ».
- Un nombre **négatif** est un nombre qui est inférieur ou égal à 0. Il s'écrit avec le signe « $-$ ».
- Un nombre **relatif** est un nombre qui peut être positif ou négatif

Remarques :

- 0 est donc le seul nombre qui est à la fois positif et négatif. On dit qu'il est **nul**.
- « inférieur à » s'écrit avec le symbole « $<$ » et « supérieur à » avec le symbole « $>$ ».
- Un nombre positif peut s'écrire sans son signe.

Exemple 2 : Classer les nombres suivants : 3 ; $-2{,}1$; 0 ; $+4$; $\frac{5}{2}$; $-\frac{9}{4}$; $+0{,}4$; $-0{,}008$

Nombres positifs : 3 ; 0 ; $+4$; $\frac{5}{2}$; $+0{,}4$.

Nombres négatifs : $-2{,}1$; 0 ; $-\frac{9}{4}$; $-0{,}008$.

Exemple 3 : Compléter avec les symboles $<, >$ ou $=$.

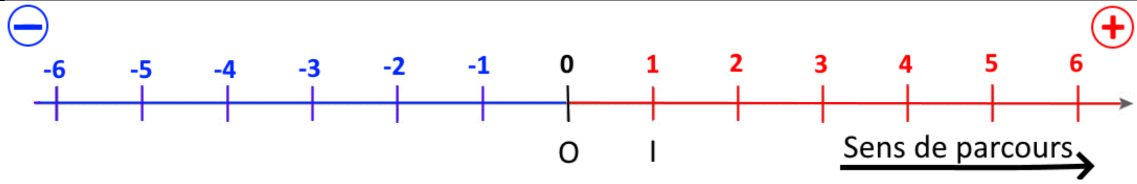
a. $3 > 0$ b. $-2{,}1 < 0$ c. $0 = 0$ d. $+0{,}4 > 0$ e. $-0.008 < 0$

2 – Repérage sur un axe gradué

Définition 2 : Un **axe gradué** est une droite sur laquelle on fixe :

● Une **origine** : Un point O qui correspond au nombre 0.

● Une **unité** : Un point I qui correspond au nombre 1.



Remarques :

● Un axe gradué est **orienté**. Le sens de parcours de l'axe est alors indiqué par une flèche : Généralement, de gauche à droite sur un axe horizontal de bas en haut sur un axe vertical.

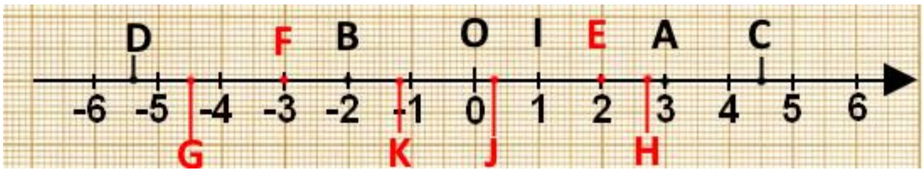
● La **longueur unité** OI est généralement une longueur facile à reporter : 1 carreau ou 1 cm.

● Chaque **graduation**, correspond à un nombre entier relatif.

● Le **nombres négatifs** sont situés **avant** 0 et les **nombres positifs** sont situés **après** 0.

Propriété 1 : Chaque point M de la droite correspond à un unique nombre relatif, appelé **abscisse** du point M et noté x_M.

Exemple 4 : On considère l'axe gradué ci-dessous.



1) Donner les abscisses des points $O; I; A; B; C; D$

$x_O = 0;$ $x_I = 1;$ $x_A = 3;$ $x_B = -2;$ $x_C = 4.5;$ $x_D = -5.4$

2) Placer les points $E; F; G; H; J; K$ d'abscisses :

$x_E = 2;$ $x_F = -3;$ $x_G = -4.5;$ $x_H = 2.7;$ $x_J = 0.3;$ $x_K = 1.2.$

Définition 3 : La **distance à zéro** d'un nombre relatif d'abscisse x_M est la longueur OM.

Remarque : La distance à zéro d'un nombre relatif correspond à sa valeur sans son signe.

Exemple 5 : La distance à 0 du nombre 2.7 (H) est 2.7. Celle du nombre -3 (F) est 3.

Le nombre qui a la plus grande distance à zéro est -5.4 (D) et la plus petite est 0.3 (J).

Définition 4 : Deux nombres relatifs sont dits **opposés** s'ils ont la même distance à zéro mais un signe contraire.

Exemple 6 : Les nombres 3 (A) et -3 (F) ainsi que 4.5 (C) et -4.5 (G) sont opposés.

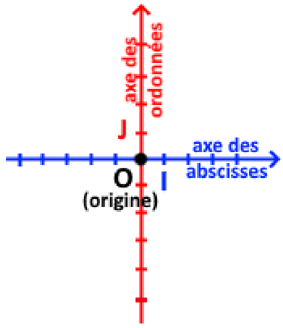
3 – Repérage dans le plan

Le plan désigne un espace à 2 dimensions ($2D$). Pour se repérer dans le plan, on doit donc utiliser deux axes gradués : On parle alors de « *repère cartésien* ».

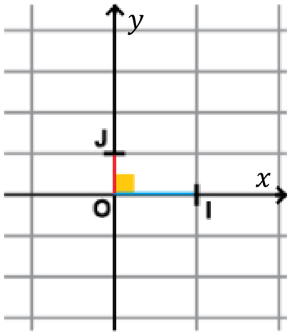
Définition 5 : Un **repère orthogonal** du plan est constitué de deux axes gradués, perpendiculaires et de même **origine** O :

- L'axe horizontal (OI) est appelé **l'axe des abscisses** et noté (Ox).
- L'axe vertical (OJ) est appelé **l'axe des ordonnées** et noté (Oy).

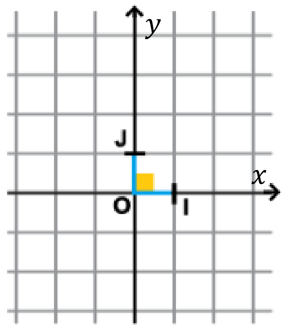
Remarque : Si les 2 axes ont la même unité $(OI = OJ)$, on dit que le repère est **orthonormé.**



Les deux axes d'un repère



Repère orthogonal



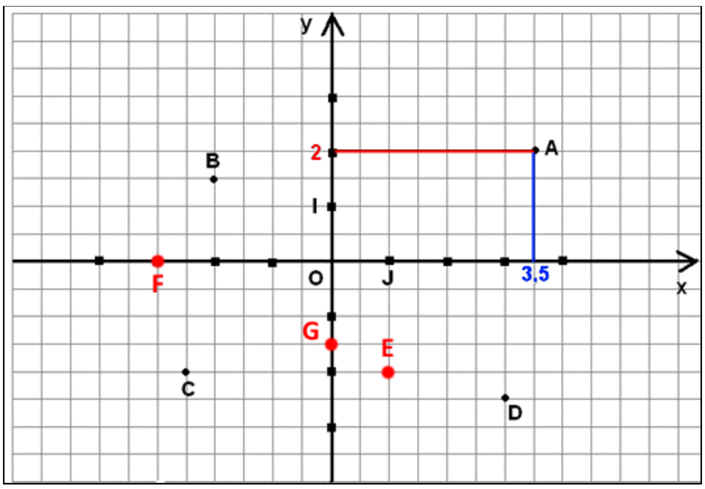
Repère orthonormé

Définition 6 : Les **coordonnées** d'un point sont un couple de nombres relatifs qui permettent de repérer ce point dans un repère orthogonal du plan.

Remarque : Dans le plan, pour repérer un point M, on doit utiliser deux nombres relatifs :

- Le premier s'appelle **l'abscisse** du point M et se note x_M. Il se lit sur l'axe horizontal.
- Le deuxième s'appelle **l'ordonnée** du point M et se note y_M. Il se lit sur l'axe vertical.
- Le point est alors noté de la façon suivante : $M(x_M; y_M)$.

Exemple 7 : On considère le repère orthonormé suivant :



- L'abscisse du point A est : $x_A = 3.5$

  L'ordonnée du point A est : $y_A = 2$

  Les cordonnées du point A sont : $(3.5; 2)$
- Lire les coordonnées des points B, C et D :

  $B(-2; 1.5)$; $C(-2.5; -2)$; $D(3; -2.5)$
- Placer les points suivants dans le repère :

  $E(2; -1)$; $F(-3; 0)$; $G(0; -1.5)$

Remarque : Dans un repère orthogonal, l'origine du repère a pour coordonnées $O(0; 0)$

4 – Comparaison

Propriété 2 : Pour comparer deux nombres relatifs on utilise les règles suivantes :

● Un nombre négatif est toujours inférieur à un nombre positif

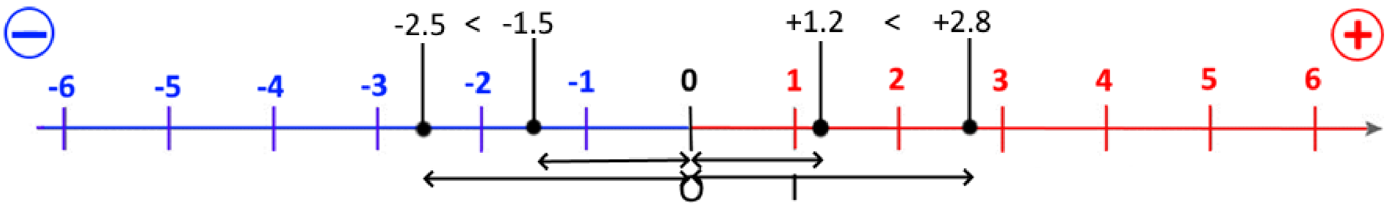
● Deux nombres positifs sont rangés dans l'ordre de leur distance à zéro.

● Deux nombres négatifs sont rangés dans l'ordre inverse de leur distance à zéro.

Remarques :

● Dans les nombres positifs plus le nombre est loin de « 0 » plus le nombre est grand.

● Dans les nombres négatifs plus le nombre est loin de « 0 » plus le nombre est petit.



Exemple 8 : Compléter avec les symboles $<$, $>$

a. $1 < 5$ b. $3 > -2$ c. $-5 < -3$ d. $-5 > -6$

e. $-2.5 < 2.8$ f. $1.2 > -1.5$ g. $2.8 > 1.2$ h. $-2.5 < -1.5$