Chap D4 : Probabilités

1 – Calcul de probabilités

Rappels :

● Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on ne peut prévoir le résultat à l'avance. Les différents résultats possibles de cette expérience sont appelés des **issues**.

● Un **évènement** est une condition qui peut être réalisée ou non lors de l'expérience. Un évènement est associé à un ensemble d'issues.

● La **probabilité** d'un évènement A, notée $P(A)$ est un nombre compris entre 0 et 1 qui mesure la chance que cet évènement se réalise. On peut exprimer une probabilité sous forme **fractionnaire**, **décimale** ou avec un **pourcentage**.

● Un **évènement certain** est un évènement toujours réalisé, sa probabilité est égale à 1. Un **évènement impossible** est un évènement jamais réalisé, sa probabilité est égale à 0.

● On dit qu'on est dans une **situation d'équiprobrabilité** lorsque toutes les issues de l'expérience ont la même probabilité.

Propriété 1 : Dans une situation **d'équiprobabilité**, la probabilité d'un évènement A vaut :

$$P(A) = \frac{nombre\ d'issues\ de\ A}{nombre\ d'issues\ total}.$$

Exemple 1 : On lance un dé à 6 faces et on s'intéresse au chiffre obtenu sur la face supérieure.

● Si le dé est bien équilibré, on est dans une situation d'équiprobabilité.

● L'évènement $A = "Obtenir\ un\ multiple\ de\ 3"$ contient les issues 3 et 6.

Il a pour probabilité : $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 1$ chance sur 3 $\approx 0.33 \approx 33\ \%$

Définition 1 : L'**évènement contraire** de A, noté $\bar{A}$ est l'évènement qui est réalisé lorsque l'évènement A ne l'est pas.

Remarque : L'évènement $\bar{A}$ contient les issues qui ne sont pas dans A

Exemple 2 : L'évènement contraire de $A = "Obtenir\ un\ multiple\ de\ 3"$ est l'évènement $\bar{A} = "\boldsymbol{Ne\ pas}\ obtenir\ un\ multiple\ de\ 3"$. Il contient les issues 1 ; 2 ; 4 ; 5

Propriété 2 : La probablité de l'évènement contraire est donné par $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

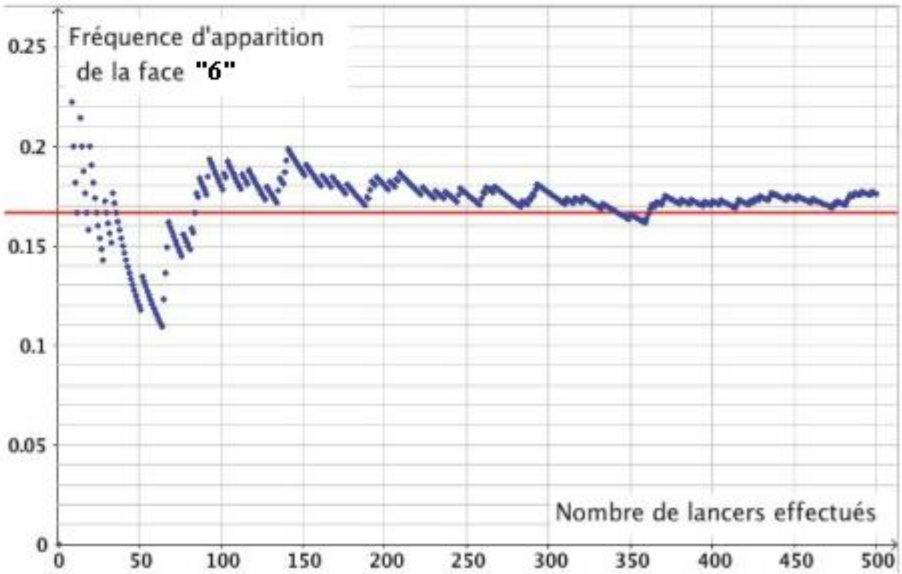
Exemple 3 : Avec les évènements précédents, $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \approx 0.67 \approx 67\%$

2 – Lien entre fréquences et probabilités

Propriété 3 : Lorsque l'on réalise un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un évènement A a tendance à stabilise autour de la probabilité $P(A)$ de cet évènement.

Exemple 4 : On a lancé un très grand nombre de fois un dé bien équilibré à 6 faces. Le tableau ci-dessous donne la fréquence d'apparition de la face « 6 » en fonction du nombre de lancers effectués.

Nombre de lancers	10	50	200	500	5000
Fréquence d'apparition de la face « 6 »	40%	12%	18%	17.7%	17.12%



On constate qu'après un grand nombre de lancers la fréquence d'apparition de la face « 6 » se stabilise autour de 17%. Cette valeur correspond à la probabilité $P(\text{"6"}) = \frac{1}{6} \approx 17\%$

Exemple 5 : On a lancé un très grand nombre de fois une pièce de monnaie Le tableau ci-dessous donne la fréquence d'apparition du côté $Pile$ en fonction du nombre de lancers effectués.

Nombre de lancers	10	50	200	500	5000
Fréquence d'apparition du coté $Pile$	60%	55%	63%	65%	67%

On peut en déduire que la pièce est truquée car même après un très grand nombre de lancer la fréquence du côté $Pile$ se stabilise autour de $\frac{2}{3} \approx 67\%$ et non autour de $\frac{1}{2} = 50\%$.