

Chap N3 : Puissances

1 – Puissance d'un nombre relatif

Définition 1 : Pour tout nombre relatif a , et pour tout entier positif n , on a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n\text{-fois}}$$

Vocabulaire :

- a^n est appelé **la puissance n – ième** du nombre a .
- n est appelé **l'exposant**.

Remarque :

- Par convention, on a $a^0 = 1$. On a également $a^1 = a$.
- Pour tout entier n non nul, on a $0^n = 0$ et $1^n = 1$

Exemple 1 : Calculer les puissances suivantes :

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • $6^2 = 6 \times 6 = 36$ • $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ • $1^{99} = \underbrace{1 \times 1 \times \dots \times 1}_{99\text{-fois}} = 1$ | <ul style="list-style-type: none"> • $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = 125$ • $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ • $99^1 = 99$ |
|--|---|

Définition 2 : Pour tout nombre relatif a , et pour tout entier positif n , on a :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n\text{-fois}}}$$

Remarque : a^{-1} est **l'inverse** du nombre a : $a^{-1} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a}$.

Exemple 2 : Calculer les puissances suivantes :

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{64} = 0.15625$ | <ul style="list-style-type: none"> • $(-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{(-5) \times (-5)} = \frac{1}{25} = 0.04$ |
|--|--|

Propriété 1 : Dans un calcul, la puissance est prioritaire sur les autres opérations.

Remarque : Les parenthèses restent elles prioritaires par rapport aux puissances.

Exemple 3 : Calculer les puissances suivantes :

- $A = 2 + 5 \times 3^3 = 2 + 5 \times 27 = 2 + 135 = 137$
- $B = (3 - 2 \times 2)^4 = (3 - 4)^4 = (-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = +1$



2 – Puissance de dix

Définition 3 : Pour tout nombre entier positif n , on a :

$$\bullet 10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n\text{-fois}} = 1 \underbrace{0 \dots 0}_{n \text{ zéros}} \qquad \bullet 10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0, \dots 0 1}_{n \text{ zéros}}$$

Exemple 4 : Calculer les puissances suivantes :

$$\begin{aligned} \bullet 10^3 &= 1\ 000 & \bullet 10^{-2} &= 0.01 \\ \bullet 10^6 &= 1\ 000\ 000 & \bullet 10^{-9} &= 0.000000001 \end{aligned}$$

Préfixes : Pour désigner une puissance de 10, on peut utiliser les préfixes ci-dessous.

téra	giga	méga	kilo	hecto	déca	unité	déci	centi	milli	micro	nano	pico
T	G	M	k	h	da		d	c	m	μ	n	p
10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1	$10^0=1$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Exemple 5 : Compléter les égalités suivantes :

$$\begin{aligned} \bullet 1\ kg &= 10^3\ g = 1000\ g & \bullet 1\ \mu m &= 10^{-6}\ m = 0.000001\ m \\ \bullet 1\ Go &= 10^9\ octets = 1\ 000\ 000\ 000\ octets & \bullet 1\ cL &= 10^{-2}\ L = 0.01\ L \end{aligned}$$

Propriété 2 : On considère m et n deux nombres entiers. On a les propriétés suivantes :

$$\bullet 10^m \times 10^n = 10^{m+n} \qquad \bullet \frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$$

Exemple 6 : Compléter les égalités suivantes :

$$\bullet 10^3 \times 10^6 = 10^{3+6} = 10^9 \qquad \bullet \frac{10^5}{10^2} = 10^{5-2} = 10^3$$

3 – Ecriture scientifique

L'écriture scientifique permet d'écrire facilement les très grands et les très petits nombres :

Définition 4 : **L'écriture scientifique** d'un nombre décimal est sous la forme $a \times 10^n$ où a est un nombre décimal avec un seul chiffre avant la virgule et n un entier.

Remarque : Pour passer de l'écriture décimale à scientifique, on peut utiliser le principe :

- $\times 10^n$ = Décaler la virgule de n rangs vers la **droite** (on rajoute des zéros si nécessaire).
- $\times 10^{-n}$ = Décaler la virgule de n rangs vers la **gauche** (on rajoute des zéros si nécessaire).

Exemple 7 : Ecrire les nombres suivants sous la forme scientifique :

- Age de la terre = 4 500 000 000 ans = 4.5×10^9 ans.
- Rayon d'un atome = 0.000 000 000 529 m = 5.29×10^{-10} m
- Distance Terre-Soleil = 1496×10^8 m = $1.496 \times 10^3 \times 10^8$ m = 1.496×10^{11} m.