

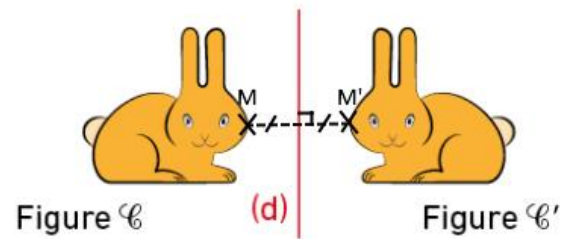
# Chap G1 : Symétries

## 1 – Symétrie axiale

**Définition 1** : Deux figures sont symétriques par rapport à une droite si elles se superposent par **pliage** le long de cette droite.

**Exemple 1** : La figure  $C'$  est le symétrique de la figure  $C$  par rapport à la droite  $(d)$ .

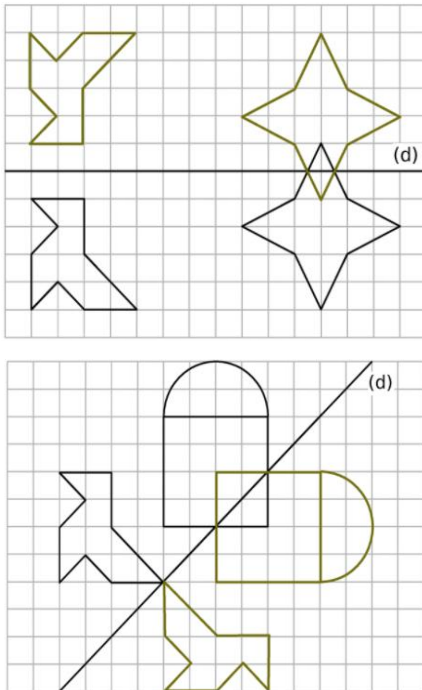
- La droite  $(d)$  est appelée **l'axe de symétrie**.
- Le symétrique du point  $M$  par rapport à la droite  $(d)$  est le point  $M'$  tel que la droite  $(d)$  soit la **médiatrice** du segment  $[MM']$ .



**Exemple 2** : Construire les symétriques des figures suivantes par rapport à la droite  $(d)$ .

- **Avec un quadrillage :**

**Méthode** : On compte les carreaux



- **Sans quadrillage :**

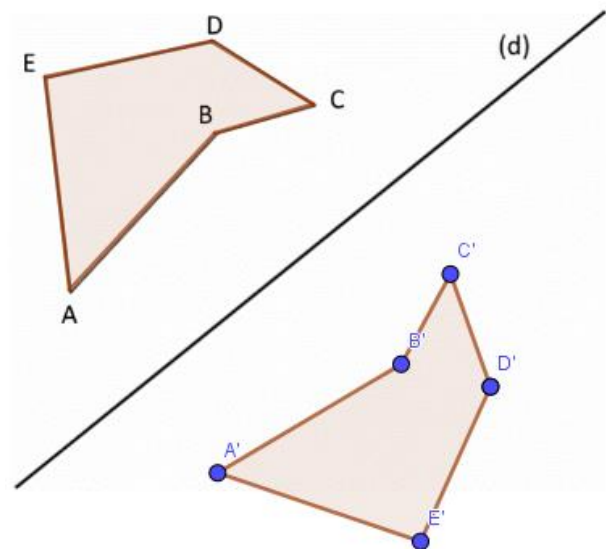
**Méthode** : On utilise **l'équerre** et le **compas**.



**Vidéo 1** :  
Avec l'équerre  
et le compas



**Vidéo 2** :  
Avec le compas  
uniquement



**Propriété 1** : Deux figures symétriques par rapport à un axe ont :

- Les mêmes longueurs
- Les mêmes angles
- Le même alignement des points.
- La même aire

**Exemple 3** : Dans l'exemple 2, on a  $AB = A'B'$  et  $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$ .

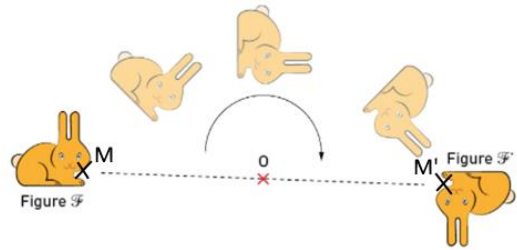


## 2 – Symétrie centrale

**Définition 2** : Deux figures sont symétriques par rapport à un point si elles se superposent par **demi-tour** autour de ce point.

**Exemple 4** : La figure  $\mathcal{F}'$  est le symétrique de la figure  $\mathcal{F}$  par rapport au point  $O$ .

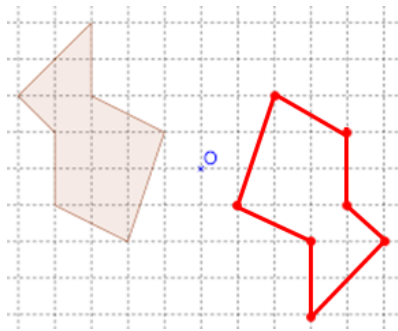
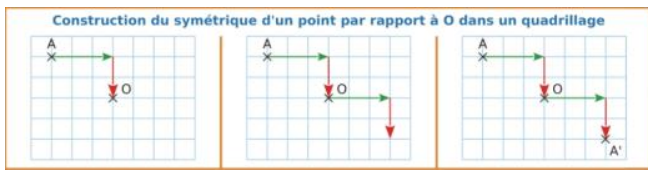
- Le point  $O$  est appelée le **centre de symétrie**.
- Le symétrique du point  $M$  par rapport au point  $O$  est le point  $M'$  tel que le point  $O$  soit le **milieu** du segment  $[MM']$ .



**Exemple 5** : Construire les symétriques des figures suivantes par rapport au point  $O$ .

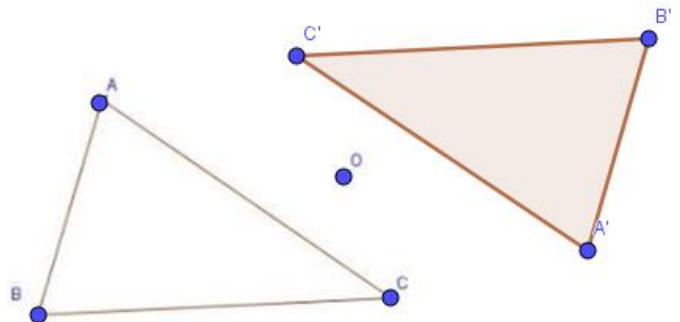
- **Avec un quadrillage :**

**Méthode** : On compte les carreaux



- **Sans quadrillage :**

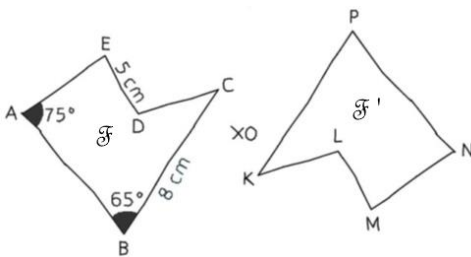
**Méthode** : On utilise l'**équerre** et le **compas**.



**Propriété 2** : Deux figures symétriques par rapport à un axe ont :

- Les mêmes longueurs
- Les mêmes angles
- Le même alignement des points.
- La même aire

**Exemple 6** : La figure  $\mathcal{F}'$  est le symétrique de la figure  $\mathcal{F}$  par rapport au point  $O$ .



1) Déterminer la longueur  $PK$ .

Le segment  $[PK]$  est le symétrique du segment  $[BC]$ .

La symétrie conserve les longueurs donc  $PK = BC = 8 \text{ cm}$ .

2) Déterminer l'angle  $\widehat{KPN}$

L'angle  $\widehat{KPN}$  est le symétrique de l'angle  $\widehat{ABC}$ .

La symétrie conserve les angles donc  $\widehat{KPN} = \widehat{ABC} = 65^\circ$ .



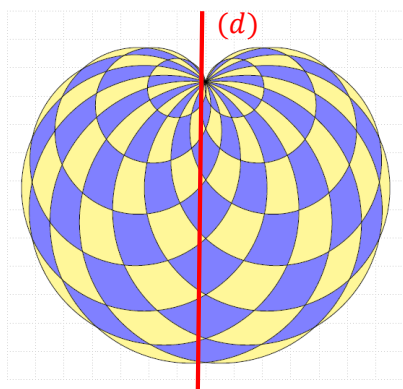
### 3 – Axes et centre de symétrie

#### Définition 3 :

- On dit qu'une droite est un **axe de symétrie** d'une figure si le symétrique de la figure par rapport à cette droite est la figure elle-même.
- On dit qu'un point est un **centre de symétrie** d'une figure si le symétrique de la figure par rapport à ce point est la figure elle-même.

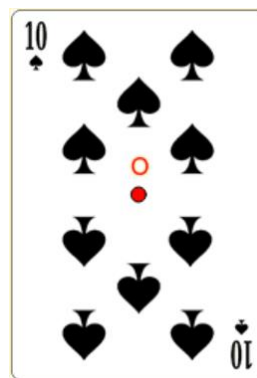
#### Exemple 7 :

##### • Axe de symétrie :



La figure se superpose sur elle-même par **pliage** le long de la droite ( $d$ ).

##### • Centre de symétrie

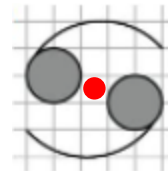
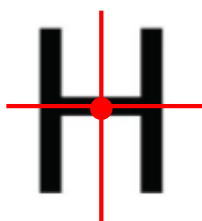
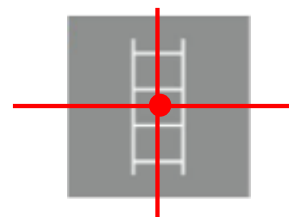
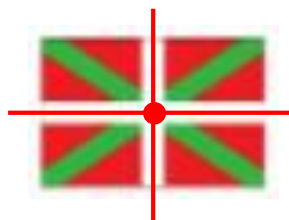


La figure se superpose sur elle-même par **demi-tour** autour du point  $O$ .

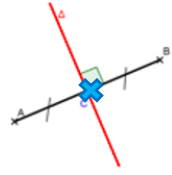
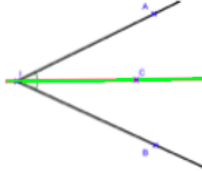
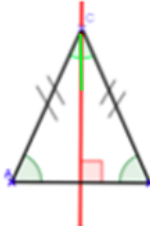

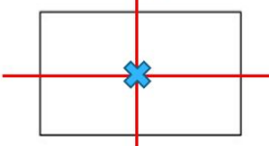
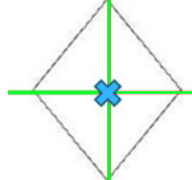
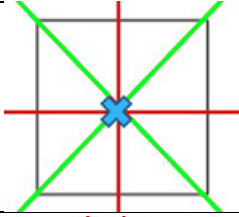

#### Remarques :

- Une figure n'admet pas toujours d'axe ou de centre de symétrie.
- Une figure peut avoir plusieurs axes de symétrie.

Exemple 8 : Pour chacune des figures suivantes, déterminer s'ils existent, leur(s) axe(s) de et leur centre de symétrie



Voici les éléments de symétrie (axes et centre) des principales figures géométriques :

| Nom de la figure     | Éléments de symétrie  | Schéma  |
|----------------------|---|---|
| Segment              | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 1 Axe : La <b>médiatrice</b> du segment</li> <li>● 1 Centre : Le <b>milieu</b> du segment.</li> </ul>  |    |
| Angle                | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 1 Axe : La <b>bissectrice</b> de l'angle.</li> <li>● Pas de centre de symétrie</li> </ul>  |    |
| Triangle isocèle     | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 1 Axe : La <b>bissectrice</b> de l'angle principal et <b>médiatrice</b> de la base.</li> <li>● Pas de centre de symétrie</li> </ul>                                |    |
| Triangle équilatéral | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 3 Axes : Les 3 <b>bissectrices</b> des angles qui sont aussi les 3 <b>médiatrices</b> des côtés.</li> <li>● Pas de centre de symétrie</li> </ul>                   |   |
| Rectangle            | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 2 Axes : 2 <b>médiatrices</b> des côtés</li> <li>● 1 Centre : Il se situe à l'<b>intersection</b> des axes</li> </ul>  |  |
| Losange              | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 2 Axes : 2 <b>bissectrices</b> des angles</li> <li>● 1 Centre : Il se situe à l'<b>intersection</b> des axes.</li> </ul>   |  |
| Carré                | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 4 Axes : 2 <b>médiatrices</b> des côtés.</li> <li>2 <b>bissectrices</b> des angles.</li> <li>● 1 Centre : Il se situe à l'<b>intersection</b> des axes.</li> </ul> |  |
| Cercle               | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Une infinité d'axes : Toute <b>droite</b> passant par le centre du cercle.</li> <li>● 1 Centre : Le <b>centre</b> du cercle</li> </ul>                             |  |

