

## Chap 8 - Droites du plan - Activités

### Activité 1 : Ensembles de points

1) Dans le repère correspondant, tracer les ensembles de points suivants.

a. L'ensemble des points  $M(x ; y)$  dont l'abscisse est égal à 2.

Qu'obtient-on ?

b. L'ensemble des points  $M(x ; y)$  dont l'ordonnée est égal à 3.

Qu'obtient-on ?

c. L'ensemble des points  $M(x ; y)$  dont l'ordonnée est égal à l'abscisse.

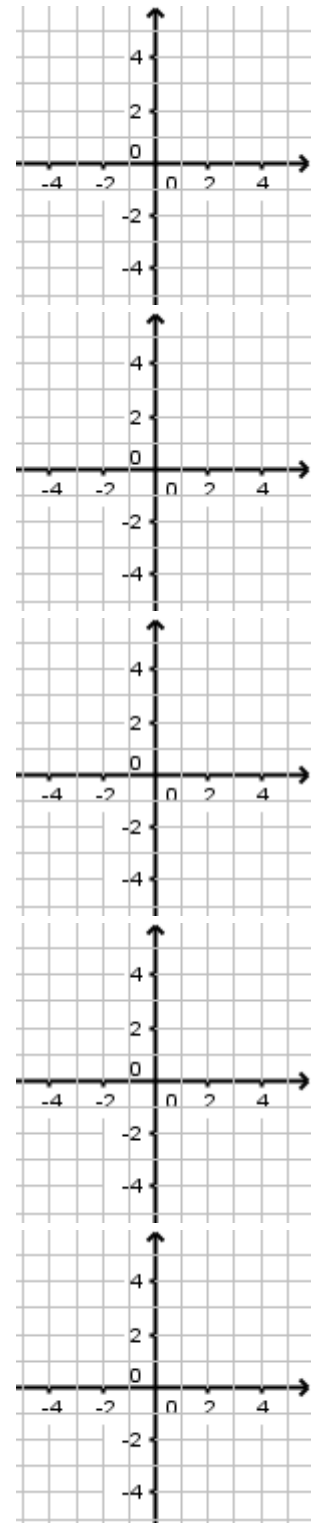
Qu'obtient-on ?

d. L'ensemble des points  $M(x ; y)$  tel que  $y = 2x + 1$

Qu'obtient-on ?

e. L'ensemble des points  $M(x ; y)$  tel que  $y = x^2$

Qu'obtient-on ?



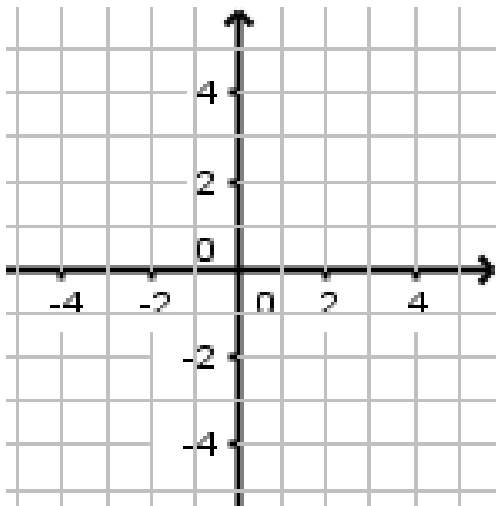
2) Le point  $A(2 ; 5)$  appartient-il aux différents ensembles de points tracés précédemment ?



Activité 2 : On considère les deux droites suivantes :

$$(d_1) : y = 3x - 4$$

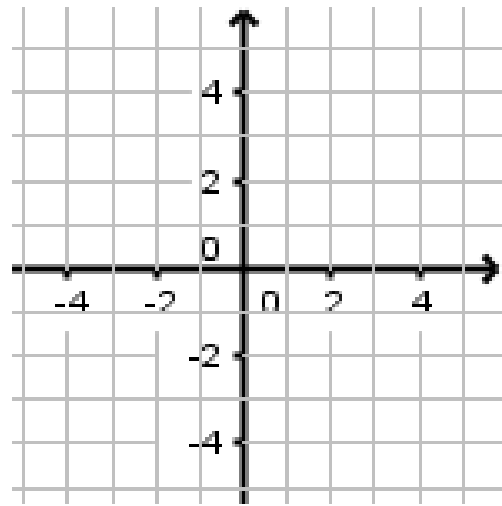
1) Tracer la droite  $(d_1)$



- 2) a. En quelle valeur la droite coupe-t-elle l'axe des ordonnées ?  
b. Quel est la pente de la droite ?
- 3) a. Choisir deux points A et B sur la droite  $(d_1)$   
b. Calculer  $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

$$(d_2) : y = -2x + 3$$

1) Tracer la droite  $(d_2)$



- 2) a. En quelle valeur la droite coupe-t-elle l'axe des ordonnées ?  
b. Quel est la pente de la droite ?
- 3) a. Choisir deux points A et B sur la droite  $(d_2)$   
b. Calculer  $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Activité 3 : A l'aide du logiciel *GeoGebra*

- 1) Tracer la droite  $(d)$  d'équation  $y = 2x - 1$ .
- 2) Créer deux curseurs  $a$  et  $b$ , de type « nombre » variant entre  $-5$  et  $5$  par pas de  $0.1$
- 3) Tracer la droite  $(d')$  d'équation  $y = ax + b$
- 4) Faire varier les curseurs  $a$  et  $b$ . Qu'observe-t-on ?
- 5) Positionner les curseurs de la manière suivante :  $a = 1,9$  et  $b = 2$
- 6) A l'aide du logiciel déterminer les coordonnées du point d'intersection des deux droites.
- 7) Retrouver ce résultat par le calcul.



# Droites du plan - Cours

## 1 – Equation de droite

**Définition 1** : Une droite est un ensemble de points alignés qui forment une ligne « droite » et infinie

**Théorème 1** : Toute droite ( $d$ ) du plan est sous l'une des 3 formes suivantes :

Forme	Ensemble de points	Equation	Exemples
Verticale	Ensemble des points $M(x; y)$ de même abscisse $c$ où $c$ est un nombre réel	$(d): x = c$	$(d): x = 2$
Horizontale	Ensemble des points $M(x; y)$ de même ordonnée $c$ où $c$ est un nombre réel	$(d): y = c$	$(d): y = 3$
Oblique	Ensemble des points $M(x; y)$ tel que $y = ax + b$ où $a$ et $b$ sont des nombres réels tel que $a \neq 0$	$(d): y = ax + b$	$(d): y = x$ $(d): y = 2x + 1$

**Remarque** : Pour tracer une droite, il suffit de connaître **deux** points de la droite.

**Exemple 1** :

1) Tracer la droite  $(d_1): x = 1$

*C'est la droite verticale passant par 1*

2) Tracer la droite  $(d_2): y = -2$

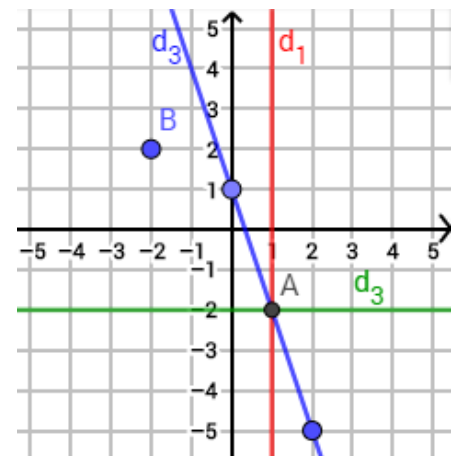
*C'est la droite horizontale passant par  $-2$*

3) Tracer la droite  $(d_3): y = -3x + 1$

*On calcule les coordonnées de deux points de la droite :*

*. Si  $x = 0$  alors  $y = -3 \times 0 + 1 = 1$  donc  $(0; 1) \in (d_3)$*

*. Si  $x = 2$  alors  $y = -3 \times 2 + 1 = 5$  donc  $(2; 5) \in (d_3)$*



**Remarque** : Un point  $M$  appartient à une droite ( $d$ ) si et seulement si lorsque l'on remplace les variables ' $x$ ' et ' $y$ ' de l'équation de ( $d$ ) par les coordonnées  $x_M$  et  $y_M$  de  $M$ , l'égalité est vérifiée.

**Exemple 2** :

1) Le point  $A(1; -2)$  appartient-il à  $(d_1): x = 1$  ?

*Oui :  $x_A = 1$  donc  $A \in (d_1)$ .*

2) Le point  $B(-2; 2)$  appartient-il à  $(d_2): y = -2$  ?

*Non :  $y_B = 2 \neq -2$  donc  $B \notin (d_2)$ .*

3) Les points  $A$  et  $B$  appartiennent-ils à  $(d_3): y = -3x + 1$  ?

*.  $-3x_A + 1 = -3 \times 1 + 1 = -2 = y_A$  donc  $A \in (d_3)$ .*

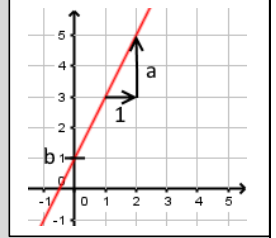
*.  $-3x_B + 1 = (-3) \times (-2) + 1 = 7 \neq y_B$  donc  $B \notin (d_3)$ .*



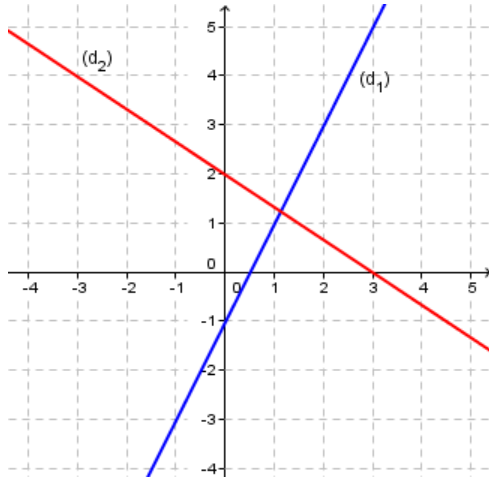
## 2 – Coefficient directeur & Ordonnée à l'origine

**Définition 2** : Soit  $(d)$  une droite d'équation  $y = ax + b$

- $a$  est appelée le **coefficient directeur**. C'est la  **pente**  de la droite  $(d)$ .
- $b$  est appelée l'**ordonnée à l'origine**. C'est la valeur en laquelle la droite coupe l'axe des ordonnées.



**Exemple 3** : Déterminer graphiquement l'équation des droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$ .



1) Droite  $(d_1)$  :

- $a = 2$
- $b = -1$
- Equation :  $y = 2x - 1$

2) Droite  $(d_2)$  :

- $a = -\frac{2}{3}$
- $b = 2$
- Equation :  $y = -\frac{2}{3}x + 2$

**Théorème 2** : Soit  $(d)$  une droite d'équation  $y = ax + b$ .

Quelque soit les points  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  de la droite  $(d)$ , on a :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\text{Déplacement vertical entre A et B}}{\text{Déplacement horizontal entre A et B}} \quad \text{ou encore } \text{pente} = \frac{\text{"↑"}}{\text{"→"}}$$

**Exemple 4** : Dans chacun des cas, déterminer l'équation de la droite  $(AB)$ .

1)  $A(2; 5)$  et  $B(2; -6)$

$x_A = x_B = 2$  donc  $(AB)$  est la droite verticale d'équation  $x = 2$

2)  $A(-1; -3)$  et  $B(0; -3)$

$y_A = y_B = -3$  donc  $(AB)$  est la droite horizontale d'équation  $y = -3$

3)  $A(3; 4)$  et  $B(1; -2)$

•  $x_A \neq x_B$  et  $y_A \neq y_B$  donc  $(AB)$  est une droite oblique d'équation  $y = ax + b$

• Calculons  $a$  :  $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2 - 4}{1 - 3} = \frac{-6}{-2} = \frac{6}{2} = 3$

• Déterminons  $b$  : On sait que l'équation de  $(AB)$  est sous la forme  $y = 3x + b$

Or  $A(3; 4) \in (AB)$  donc  $y_A = 3x_A + b$

$$4 = 3 \times 3 + b$$

$$4 = 9 + b$$

$$b = 4 - 9 = -5.$$

• Finalement, on trouve  $(AB)$ :  $y = 3x - 5$



### 3 – Droites sécantes, droites parallèles

**Théorème 3** : Soit  $(d): y = ax + b$  et  $(d'): y = a'x + b'$  deux droites du plan. Alors il y'a deux possibilités :

$(d)$ et $(d')$ sont...	Leurs coefficients directeurs sont...	Leur intersection est...
Parallèles $(d) \parallel (d')$	Egaux $a = a'$	Vide $(d) \cap (d') = \emptyset$
Sécantes $(d) \nparallel (d')$	Différents $a \neq a'$	Un point $M$ $(d) \cap (d') = M$

Si  $(d)$  et  $(d')$  sont sécantes, alors leur point d'intersection a pour coordonnées l'unique solution du système :

$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = a'x + b' \end{cases}$$

**Exemple 5** : On considère deux droites du plan  $(d)$  et  $(d')$

1) Les droites  $(d)$  et  $(d')$  sont-elles sécantes ou parallèles ?

$(d)$  a pour pente  $a = \frac{5}{7} \approx 0.71$  et  $(d')$  a pour pente  $a' = \frac{3}{4} = 0.75$ .

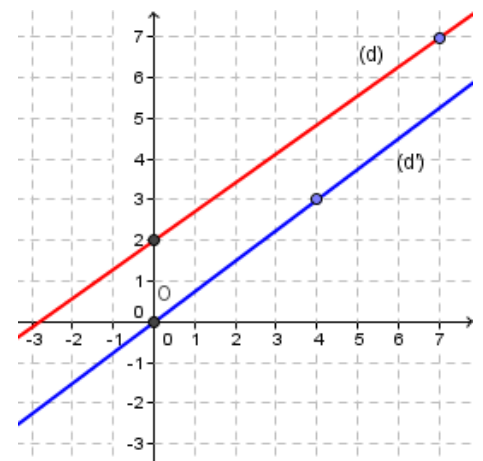
Donc  $a \neq a'$  et donc  $(d)$  et  $(d')$  sont sécantes

2) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de  $(d)$  et  $(d')$ .

Soit  $M(x; y)$  le point d'intersection de  $(d)$  et  $(d')$ .

Pour trouver les coordonnées de  $M$  on résout le système :

$$\begin{aligned} \begin{cases} y = \frac{5}{7}x + 2 \\ y = \frac{3}{4}x \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}x = \frac{5}{7}x + 2 \\ y = \frac{3}{4}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}x - \frac{5}{7}x = 2 \\ y = \frac{3}{4}x \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{21}{28}x - \frac{20}{28}x = 2 \\ y = \frac{3}{4}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{28}x = 2 \\ y = \frac{3}{4}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \times 28 = 56 \\ y = \frac{3}{4} \times 56 = 42 \end{cases} \end{aligned}$$



Donc  $M(56; 42)$ .

### 4 – Alignement

**Définition 3** : On dit que trois points sont alignés s'ils appartiennent à une même droite

**Méthode** : Pour déterminer si 3 points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont alignés :

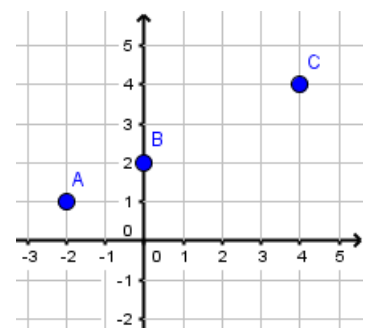
1. On détermine l'équation de la droite passant par deux des points
2. On vérifie que le troisième point appartient cette droite.

**Exemple 6** : Les points  $A(-2; 1)$  et  $B(0; 2)$  et  $C(4; 4)$  sont-ils alignés ?

1. La droite  $(AB)$  a pour équation  $y = 0.5x + 2$

2. On a  $0.5x_C + 2 = 0.5 \times 4 + 2 = 2 + 2 = 4 = y_C$

Donc  $C \in (AB)$  et  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont alignés.



# Droites du plan - Exercices

## Equations de droites

### 1 (Equation de droite)

On considère la droite  $(d)$  d'équation  $y = 2x - 3$

- 1)  $A$  est le point de  $(d)$  d'abscisse  $-2$ .  
Calculer l'ordonnée de  $A$ .
- 2)  $A$  est le point de  $(d)$  d'ordonnée  $2$ .  
Calculer l'abscisse de  $A$ .
- 3) Tracer la droite  $(d)$  dans un repère.
- 4) Le point  $C(-100,5; -198)$  appartient-il à la droite  $(d)$  ?

### 2 (Tracer une droite 1)

Dans un même repère, tracer les droites d'équations données :

- |                    |                        |
|--------------------|------------------------|
| a. $(d_1): x = -3$ | b. $(d_2): y = 4$      |
| c. $(d_3): y = -x$ | d. $(d_4): y = 3x - 2$ |

### 3 (Tracer une droite 2)

Dans un même repère, tracer les droites d'équations données :

- |                                   |                                  |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| a. $(d_1): y = -\frac{1}{2}x + 4$ | b. $(d_2): y = \frac{3}{4}x - 4$ |
| c. $(d_3): y = -\frac{1}{3}x + 1$ | d. $(d_4): y = \frac{5}{3}x$     |

### 4 (Appartenance 1)

Dans chacun des cas, vérifier mentalement si le point appartient à la droite d'équation  $y = 2x - 1$

- |                 |                                   |
|-----------------|-----------------------------------|
| a. $A(0; -1)$   | b. $B(2; 5)$                      |
| c. $C(-1; -3)$  | d. $D(0; 0)$                      |
| e. $E(-0.5; 1)$ | f. $F(\frac{1}{4}; -\frac{1}{2})$ |

### 5 (Appartenance 2)

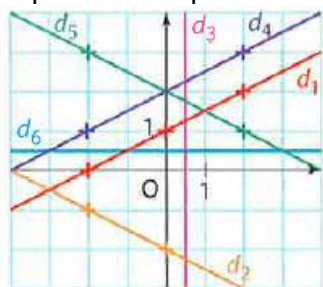
Soit  $(d)$  la droite d'équation  $y = -3x + 5$ . Lequel de ces points appartient à la droite  $D$

- |                   |                    |
|-------------------|--------------------|
| a. $A(101; 298)$  | b. $B(-101; 298)$  |
| c. $C(101; -298)$ | d. $D(-101; -298)$ |

### 6 (Lecture graphique)

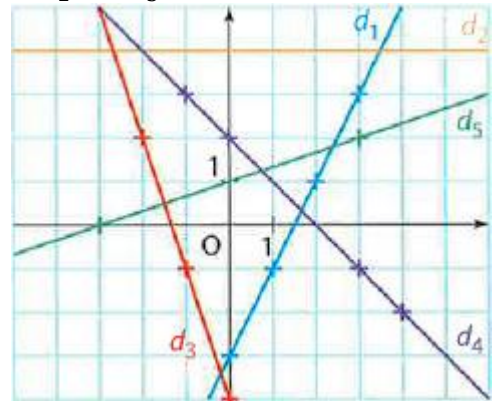
Associer à chacune des droites  $(d_1)$  à  $(d_6)$  tracées ci-dessous, l'équation qui lui correspond.

- $y = \frac{1}{2}x + 2$
- $y = \frac{1}{2}x + 1$
- $y = -\frac{1}{2}x + 2$
- $x = \frac{1}{2}$
- $y = \frac{1}{2}$
- $y = -\frac{1}{2}x - 2$



### 7 (Lecture graphique)

Déterminer graphiquement une équation des droites  $(d_1)$  à  $(d_5)$  tracées ci-dessous :



### 8 (Tracer une droite 3)

Dans chacun des cas suivants, tracer dans un repère la droite  $(d)$  qui passe par le point donné et de coefficient directeur  $a$ .

- |                                     |                                    |
|-------------------------------------|------------------------------------|
| a. $A(-1; 3)$ et $a = 2$            | b. $B(4; 1)$ et $a = -1$           |
| c. $C(0; -1)$ et $a = -\frac{1}{2}$ | d. $D(-2; 0)$ et $a = \frac{3}{4}$ |
| e. $E(1; 1)$ et $a = \frac{4}{3}$   |                                    |

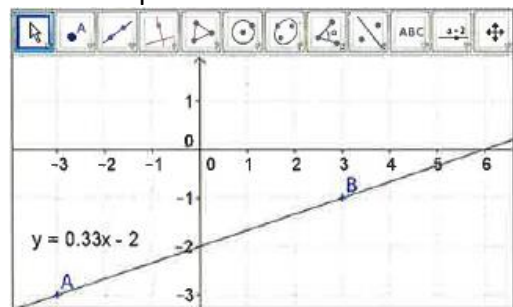
### 9 (Tracer une droite 4)

Dans chacun des cas suivants, tracer la droite d'équation donnée sans faire aucun calcul

- |                                   |                                  |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| a. $(d_1): y = 2x + 1$            | b. $(d_2): y = -x + 5$           |
| c. $(d_3): y = -1 + \frac{1}{2}x$ | d. $(d_3): y = -0.25x$           |
| e. $(d_5): y = -\frac{4}{5}x - 2$ | f. $(d_6): y = \frac{5}{3}x + 2$ |

### 10 (Avec un logiciel)

On a placé sur Geogebra les points  $A(-3; -3)$  et  $B(3; -1)$  puis on a tracé la droite  $(AB)$ . Vérifier et commenter l'équation de droite obtenue.



### 11 (Droite passant par deux points)

Dans chacun des cas suivants, déterminer l'équation de la droite  $(AB)$

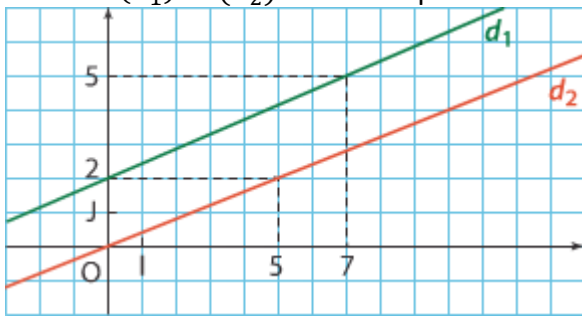
- |   |                             |
|---|-----------------------------|
| a. $A(-1; 3)$ et $B(-1; 1)$                     | b. $A(1; 1)$ et $B(5; 1)$   |
| c. $A(-3; 3)$ et $B(0; 5)$                      | d. $A(2; 7)$ et $B(-1; -2)$ |
| e. $A(-\frac{2}{3}; -\frac{7}{6})$ et $B(4; 0)$ |                             |



## Parallélisme

### 12 (Droites parallèles ?)

Les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  sont-elles parallèles.



### 13 (Dix droites à ranger...)

On considère les dix droites suivantes  $(d_1)$  à  $(d_{10})$ . Regrouper ensemble les droites qui sont parallèles

$(d_1) : y = 2x - 1$

$(d_2) : y = -0,5x$

$(d_3) : y = 3 - 2x$

$(d_4) : \text{axe des abscisses}$

$(d_5) : y = -0,5 + 2x$

$(d_6) : x = -5$

$(d_7) : y = -2x + 3$

$(d_8) : y = 25$

$(d_9) : \text{axe des ordonnées}$

$(d_{10}) : -\frac{1}{2}x + 1$

### 14 (Compléter)

On considère les cinq droites suivantes  $(d_1)$  à  $(d_5)$

$(d_1) : y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$  ;  $(d_2) : x = -\frac{7}{2}$  ;

$(d_3) : y = 3x$  ;  $(d_4) : 3x - 2$  ;  $(d_5) : y = 2$ .

Compléter les phrases suivantes :

- 1) La droite ... passe par l'origine du repère.
- 2) La droite ... est parallèle à l'axe des abscisses.
- 3) La droite ... est parallèle à l'axe des ordonnées.
- 4) Les droites ... et ... sont parallèles.
- 5) Les droites ... et ... passe par le point  $A(-\frac{7}{2}; 2)$ .

### 15 (Compléter)

On considère la droite  $(d_0) : y = 3x - 2$ . Donner une équation de chacune des droites suivantes :

- 1)  $(d_1)$  est parallèle à  $(d_0)$  et passe par le point  $A(0; 4)$ .
- 2)  $(d_2)$  est parallèle à  $(d_0)$  et passe par l'origine du repère.
- 3)  $(d_3)$  est parallèle à l'axe des abscisses et coupe  $(d_0)$  sur l'axe des ordonnées.
- 4)  $(d_4)$  est parallèle à l'axe des ordonnées et coupe  $(d_0)$  au point  $B$  d'ordonnée  $x_B = 3$ .
- 5)  $(d_5)$  est parallèle à  $(d_0)$  et passe par le point  $C(-1; 2)$ .

### 16 (Résolution graphique système d'équation)

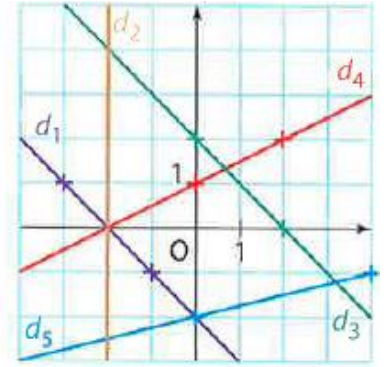
Lire graphiquement la solution éventuelle de chaque système puis vérifier par le calcul

a)  $\begin{cases} y = 0,25x - 2 \\ x = -2 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} y = -x - 2 \\ y = 0,5x + 1 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -x - 2 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} y = 0,5x + 1 \\ y = -x + 2 \end{cases}$



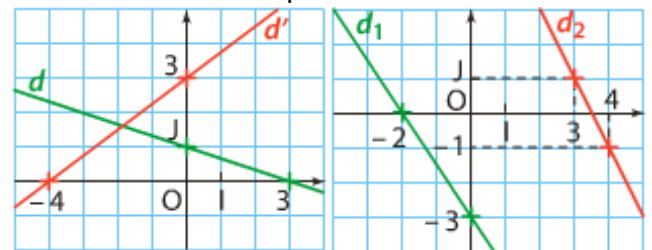
### 17 (Calcul mental)

Déterminer mentalement les coordonnées du point d'intersection de  $(d_1)$  et  $(d_2)$ .

- a.  $(d_1) : y = -5x + 3$  et  $(d_2) : x = 1$
- b.  $(d_1) : y = 4$  et  $(d_2) : y = 3x + 1$
- c.  $(d_1) : y = x$  et  $(d_2) : y = -x + 4$

### 18 (Droites sécantes 1)

Dans les deux cas suivants, justifier que les deux droites sont sécantes, puis déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.



### 19 (Droites sécantes 2)

On considère les deux droites  $(d) : y = 2x + 4$  et  $(d') : 5x - 5$ .

- 1) Justifier que ces deux droites sont sécantes.
- 2) Tracer  $(d)$  et  $(d')$  dans un repère, puis conjecturer graphiquement les coordonnées de leur point d'intersection.
- 3) Vérifier le résultat obtenu par le calcul.

### 20 (Droites sécantes 3)

On considère les trois droites suivantes :

$(d) : y = \frac{2}{3}x$  ;  $(d') : y = \frac{3}{2}x - 10$  ;  $(d'') : y = 2$

- 1) Déterminer par le calcul le point d'intersection
  - a.  $A$  de  $(d)$  et  $(d')$
  - b.  $B$  de  $(d)$  et  $(d'')$
  - c.  $C$  de  $(d')$  et  $(d'')$
- 2) Contrôler vos résultats en affichant ces trois droites à l'écran de la calculatrice.



## Alignement

### 21 (Points alignés)

On considère les points  $A(2; -7)$  et  $B(-1; 8)$ .

- 1) Déterminer l'équation de la droite  $(AB)$
- 2) Montrer que  $A$ ,  $B$  et  $C(3; -12)$  sont alignés.

### 22 (Points non alignés)

Soient les points  $A(-4; 8)$ ,  $B(-9; 6)$  et  $C(20; 3)$

- 1) Déterminer l'équation de la droite  $(AB)$ .
- 2) Montrer que  $A$ ,  $B$  et  $C$  ne sont pas alignés.
- 3) Calculer l'ordonnée du point de la droite  $(AB)$  qui est d'abscisse 20.

### 23 (Origine du repère)

On considère les points  $A(3; 5)$  et  $B(5; 8)$ . La droite  $(AB)$  passe-t-elle par l'origine du repère ?

### 24 (Algorithme)

Compléter l'algorithme suivant :

Variables :  $x_A; y_A; x_B; y_B; x_C; y_C; a; a'$  ;

Saisir  $x_A; y_A; x_B; y_B; x_C; y_C$  ;

$a \leftarrow \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

$a' \leftarrow \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B}$

Si  $a = a'$  Alors

Afficher .....

Sinon

Afficher .....

Fin Si

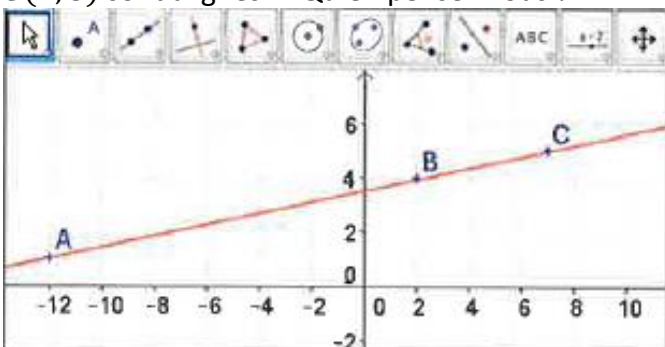
### 25 (Points alignés ?)

Dans chacun des cas suivants les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont-ils alignés ? Justifier votre réponse.

- a.  $A(5; 4)$  ;  $B(-3; 0)$  et  $C(-1; 1)$
- b.  $A(0; -4)$  ;  $B(3; 3)$  et  $C(2; 1)$
- c.  $A(5; -5)$  ;  $B(5; 0)$  et  $C(5; 9)$
- d.  $A(0; -\frac{3}{5})$  ;  $B(3; \frac{2}{5})$  et  $C(\frac{9}{5}; 0)$

### 26 (Avec un Logiciel)

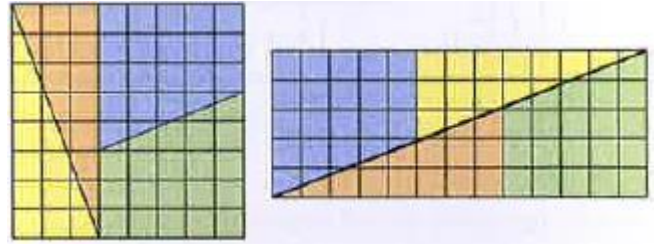
Après avoir réalisé la figure suivante sur Geogebra, Yanis affirme « Les points  $A(-12; 1)$ ,  $B(2; 4)$  et  $C(7; 5)$  sont alignés ». Qu'en pensez-vous ?



## Problèmes

### 27 (Paradoxe de Lewis-Carroll)

La figure de droite est obtenue en assemblant différemment les quatre pièces qui constitue le carré de gauche.



Comparer les aires des deux figures, et proposer une explication à ce paradoxe.

### 28 (Zoo)

A l'entrée d'un zoo, un groupe de 4 enfants et un adulte paye 22 €. Un autre groupe de 6 enfants et de trois adultes paye 42 €.

Pour connaître le prix d'entrée pour un enfant et le prix d'entrée pour un adulte, Tom trace dans un repère les droites d'équations  $y = 22 - 4x$  et  $y = 14 - 2x$ .

- 1) Expliquer la démarche de Tom
- 2) Déterminer alors les prix que cherchait Tom.

### 29 (Zoo)

Deux sociétés louent une camionnette aux conditions suivantes :

	Forfait journalier	Prix du km parcouru
Société A	92 €	0,14 €
Société B	52 €	0,30 €

- 1) Quel est le tarif le plus avantageux pour :
  - a. 200 km à parcourir en 3 jours ?
  - b. 800 km à parcourir en 3 jours ?
- 2) On note  $x$  le nombre de kilomètres à parcourir en 3 jours et  $y$  le prix payé par le client. Exprimer  $y$  en fonction de  $x$ 
  - a. Pour la société A
  - b. Pour la société B
- 3) A l'aide de votre calculatrice, déterminer graphiquement pour quel nombre de kilomètres parcourus le prix payé par le client est le même pour les deux sociétés. Quel est alors ce prix ?  
Indication : On pourra utiliser la fenêtre :  
 $0 \leq X \leq 1000$  et  $0 \leq Y \leq 500$
- 4) Vérifier par le calcul, les résultats obtenus.

