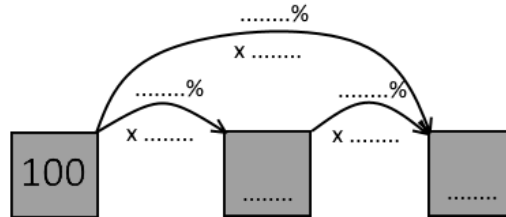


## Evolutions successives - Activités

Activité 1 (Evolutions successives) :

1) Un article coûtant 100 € subit une augmentation de 20 % puis une autre de 30 %.

a. Compléter le schéma suivant :



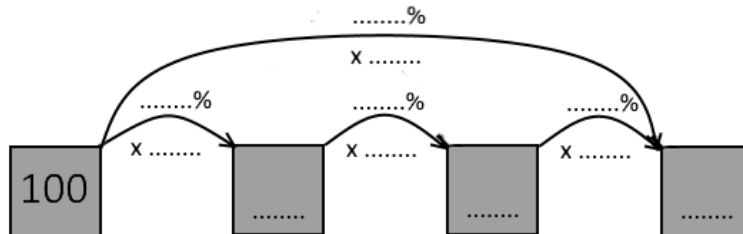
b. Par quel coefficient a-t-on multiplié le prix initial pour obtenir le prix final ?

c. Quel est le pourcentage d'évolution global du prix de l'article ?

d. Que remarque t-on ?

2) Un article coûtant 100 € subit trois augmentations successives de 10 %.

a. Compléter le schéma suivant :



b. Par quel coefficient a-t-on multiplié le prix initial pour obtenir le prix final ?

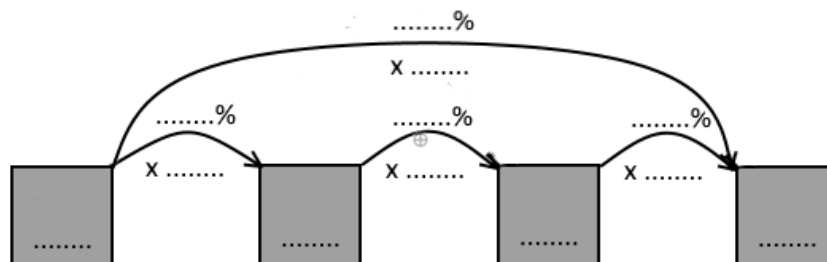
c. Quel est le pourcentage d'évolution global ?

Activité 2 (Pourcentage d'évolution moyen) :

Un expert indépendant souhaite augmenter progressivement ses tarifs. Il travaille actuellement pour 500 € la journée et souhaite arriver au tarif 625 € la journée d'ici 3 ans. Pour cela il décide de répartir cette augmentation en trois hausses identiques de  $a_M\%$  au début des 3 prochaines années civiles.

1) Quel sera le pourcentage d'évolution global  $a_T\%$  de son tarif journalier sur les trois années ?

2) a. Compléter le schéma suivant.



b. Quelle équation doit vérifier le coefficient multiplicateur :  $c_M = 1 + \frac{a_M}{100}$

c. En déduire le pourcentage d'évolution  $a_M\%$  qui devra être appliqué pour que la hausse soit équitable.



# Chapitre IC2 : Evolutions successives

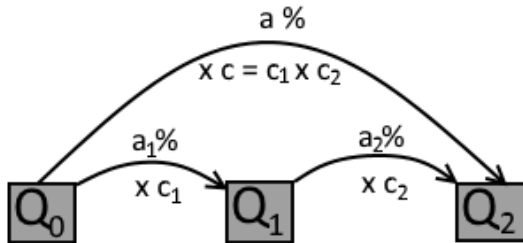
## 1 – Pourcentage d'évolution global

Propriété 1 : Si une quantité  $Q_0$  subit une évolution de  $a_1\%$  vers une quantité  $Q_1$  puis une évolution de  $a_2\%$

vers une quantité  $Q_2$  alors :  $Q_2 = \underbrace{\left(1 + \frac{a_1}{100}\right)}_{c_1} \times \underbrace{\left(1 + \frac{a_2}{100}\right)}_{c_2} \times Q_0$

Remarque : Le **pourcentage d'évolution global**  $a\%$  s'obtient avec le coefficient multiplicateur global :

$$c = c_1 \times c_2$$



On ne peut pas additionner  
les pourcentages :

$$a\% \neq a_1\% + a_2\%$$

Exemple 1 : Un voyageur vend un séjour en Chine au prix de 2000 €. Suite à une hausse des prix de la compagnie aérienne, il décide d'augmenter de 10 % puis de 20 % le prix du séjour.

1) Quel sera le prix du séjour après ces deux augmentations ?

$$Q_2 = \left(1 + \frac{10}{100}\right) \times \left(1 + \frac{20}{100}\right) \times 2000 = 1.1 \times 1.2 \times 2000 = 2640.$$

Le prix du séjour sera de 2640 €.

2) Quel est le pourcentage d'augmentation global ?

$$c = 1.1 \times 1.2 = 1.32 = 1 + \frac{32}{100} \text{ donc } a\% = 32\%.$$

Propriété 2 : Si une quantité  $Q_0$  subit  $n$  fois une même évolution de  $a_0\%$  vers une quantité  $Q_1$  alors :

$$Q_1 = \underbrace{\left(1 + \frac{a_0}{100}\right)^n}_{c_0} \times Q_0$$

Remarque : Le **pourcentage d'évolution global**  $a\%$  s'obtient avec le coefficient multiplicateur global :

$$c = c_0^n$$

Exemple 2 : Un smartphone coûtant 250 € subit trois baisses de prix successives de 20 %.

1) Quel sera le prix de l'article après ces trois diminutions ?

$$Q_1 = \left(1 - \frac{20}{100}\right)^3 \times 250 = 0.8^3 \times 250 = 128 \text{ €}.$$

Le prix de l'article sera de 128 €


2) Quel est le pourcentage d'évolution global ?

$$c = 0.8^3 = 0.512 \text{ donc } a\% = -48.8\%.$$



## 2 – Pourcentage d'évolution moyen

**Rappel** : Soit  $a > 0$  et  $n$  un entier supérieur ou égal à 2, alors l'équation  $x^n = a$  admet une unique solution positive qui est noté  $x = \sqrt[n]{a}$  ou  $x = a^{\frac{1}{n}}$

**Remarque** : Pour déterminer ce nombre, on utilise la touche  de la calculatrice.

**Exemple 3** :

- L'équation  $x^2 = 9$  admet une unique solution positive :  $x = \sqrt[2]{9} = \sqrt{9} = 9^{\frac{1}{2}} = 3$
- L'équation  $x^3 = 64$  admet une unique solution positive :  $x = \sqrt[3]{64} = 64^{\frac{1}{3}} = 4$

**Définition** : Lorsqu'une quantité subit  $n$  évolutions successives, le **pourcentage d'évolution moyen** correspond au pourcentage qui, répété  $n$  fois, donnerait le même pourcentage d'évolution globale.

**Propriété 3** : Si une quantité subit en  $n$  évolutions successives une évolution globale de  $a_T$  %, alors le

**pourcentage d'évolution moyen**  $a_M$  % vérifie :  $1 + \frac{a_M}{100} = \left(1 + \frac{a_T}{100}\right)^{\frac{1}{n}}$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{c_M} \qquad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{c_T}$

**Exemple 4** : La feuille de calcul suivant donne l'évolution du prix du baril de pétrole brut WTI sur la 4<sup>e</sup> semaine du mois d'août 2018

	A	B	C	D	E	F
1	Date	22/08/18	23/08/18	24/08/18	25/01/18	26/08/18
2	Valeur	\$66,43	\$67,35	\$67,86	\$67,83	\$68,72
3	Taux d'évolution Journalier (en%)					

1) Quelle formule doit-on entrer en C3 pour calculer, par recopie vers la droite, le taux d'évolution journalier du baril de pétrole brut WTI (Les cellules sont formatés en %) ?

$$= (C2 - B2)/B2$$

2) Quel est le taux d'évolution global  $a_T$  (en %) du baril de pétrole brut WTI sur cette semaine ?

$$a_T \% = \frac{68.72 - 66.43}{66.43} \times 100 = 3.44 \%$$

3) Quel est le taux d'évolution moyen (en %) par jour du baril de pétrole brut WTI sur cette semaine ?

$$c_M = \left(1 + \frac{a_M}{100}\right) = \left(1 + \frac{3.44}{100}\right)^{\frac{1}{5}} = 1.0344^{\frac{1}{5}} = 1.0067 \text{ donc } a_M = 0.67 \%$$

Le baril de pétrole brut WTI a évolué en moyenne de +0.67% par jour sur cette semaine.



## Evolutions successives – Fiche d'exercices

**Ex 1** Dans chacun des cas suivants, déterminer le pourcentage d'évolution global :

- 1) Le prix d'un article augmente de 5% puis de 10%
- 2) La population d'une ville diminue de 20% puis de 30%
- 3) La valeur d'une action chute de 1,97% puis augmente de 0,44%.
- 4) Une masse augmente de 30% puis perd 30%.

**Ex 2** Une boutique pas très honnête décide, avant les soldes, d'augmenter le prix d'un article de 20 % puis d'afficher sur l'étiquette du produit : « Soldé 30 % ». Quel est le véritable pourcentage de remise ?

**Ex 3** En 2005, la population mondiale était de 6 519 636 000 habitants. Elle a augmenté successivement de 6,29 % entre 2005 et 2010 puis de + 6,06 % entre 2010 et 2015.

- 1) Déterminer la population mondiale en 2015.
- 2) Déterminer le pourcentage d'évolution global de la population mondiale entre 2005 et 2015
- 3) Déterminer le pourcentage d'évolution moyen par an de la population mondiale entre 2005 et 2015

**Ex 4** Le tableau ci-dessous indique l'évolution de l'action TECHNICOLOR entre le lundi 20/08/2018 à la clôture et le vendredi 24/08/2018 à la clôture. La ligne « DERNIER » indique la valeur de l'action TECHNICOLOR à la clôture du jour indiqué. La ligne « VARIATION » indique l'évolution en % de l'action entre sa valeur à la clôture de la veille et sa valeur à la clôture du jour.

	20-08-2018	21-08-2018	22-08-2018	23-08-2018	24-08-2018
<b>DERNIER</b>	1155	1168	1175	1167	1126
<b>VARIATION</b>	<del>X</del>	1.13%	0.60%	-0.68%	-3.51%

- 1) Calculer de deux façon différentes le pourcentage d'évolution global de l'action entre le lundi 20/08/2018 à la clôture et le vendredi 24/08/2018 à la clôture.
- 2) Calculer le pourcentage d'évolution moyen par jour de cette action entre le lundi 20/08/2018 à la clôture et le vendredi 24/08/2018 à la clôture.

### Ex 5 QCM (Tiré de divers sujets de bac)

1. Le prix d'un article vendu dans un magasin a augmenté de 30% durant les 3 derniers mois. Le taux d'évolution mensuel moyen est, à 0,01% près :

- a. 9,14%      b. 10%      c. 11,21%      d. 12,45%

2. Lors d'une période de promotion, le prix d'un produit ménager a subi deux baisses de 12% consécutives. Le fabricant désire lui appliquer une hausse pour revenir au prix initial avant la période de promotion. Cette hausse doit être :

- a. de 24%      b. de 28,45%      c. de 29,13%      d. supérieure à 30%

3. Le prix d'un article vendu dans un magasin a augmenté de 30% durant les 3 derniers mois. Le taux d'évolution mensuel moyen est, à 0,01% près :

- a. 9,14%      b. 10%      c. 11,21%      d. 12,45%

4. Lors d'une période de promotion, le prix d'un produit ménager a subi deux baisses de 12% consécutives. Le fabricant désire lui appliquer une hausse pour revenir au prix initial avant la période de promotion. Cette hausse doit être :

- a. de 24%      b. de 28,45%      c. de 29,13%      d. supérieure à 30%

### Ex 6 Dons de sang (Tiré du bac Pondichery 2017)

On s'intéresse au nombre de dons de sang lors de collectes organisées au sein de l'Établissement Français du Sang (EFS) depuis 2010.

Année	2010	2011	2012	2013	2014
Nombre de dons de sang (en milliers)	2 473	2 586	2 612	2 589	2 547

*Source : site de l'EFS*

1. Déterminer à 0,01 % près, le pourcentage d'augmentation de dons de sang entre 2010 et 2014.
2. En déduire que l'augmentation annuelle moyenne entre 2010 et 2014 est de 0,74 % arrondie à 0,01 % .
3. En supposant que l'augmentation du nombre de dons suivra la même évolution, combien de dons de sang peut-on espérer collecter en 2017?

*On arrondira au millier.*

### Ex 7 Complémentaire santé (Tiré du bac Métropole 2015)

Tous les ans, en août, Mailys reçoit l'échéancier (document indiquant le montant de sa cotisation annuelle) de sa mutuelle « complémentaire santé ». Elle décide d'étudier l'évolution de sa cotisation de 2011 à 2014.

Elle note dans une feuille automatisée de calcul le montant en euros de ses cotisations annuelles de 2011 à 2014.

La ligne 4 est au format pourcentage à une décimale.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Année	2011	2012	2013	2014		
3	Cotisation (en euros)	868	976	1072	1177		
4	Taux d'évolution annuel (en %)			9,8	9,8		
5							

- Calculer le taux d'évolution global de sa cotisation entre 2011 et 2014, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,1 %.
- Quelle formule Mailys a-t-elle pu saisir dans la cellule C4 pour y obtenir le taux annuel d'évolution de 2011 à 2012, puis par recopie vers la droite jusqu'à la cellule E4, les taux d'évolution annuels successifs jusqu'en 2014 ?
- Montrer que le taux d'évolution moyen annuel de la cotisation de 2011 à 2014, arrondi à 0,1 %, est de 10,7 %.
- On fait l'hypothèse que la cotisation annuelle augmentera chaque année de 10,7 % à partir de 2014.
  - Estimer le montant, arrondi à l'euro, de la cotisation annuelle prévue pour 2015.
  - Déterminer en quelle année la cotisation annuelle aura doublé par rapport à celle de 2011. Justifier la réponse.

### Ex 8 Agriculture biologique (Tiré du bac Antilles/Guyane 2018)

La feuille de calcul suivante, extraite d'un tableur, donne la part de la surface agricole couverte par l'agriculture biologique (en pourcentage de la surface agricole totale) en Suède, entre 2010 et 2016 :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
2	Part de la surface agricole couverte par l'agriculture biologique en Suède (en pourcentage de la surface agricole totale)	14,3	15,7	15,76	16,5	16,53	17,09	18,21
3	Taux d'évolution par rapport à 2010							

Source : [ec.europa.eu/eurostat](http://ec.europa.eu/eurostat)

- Quelle formule peut-on saisir en cellule C3 pour obtenir, par recopie vers la droite, les valeurs de la plage de cellules C3:H3 ?
- Déterminer le taux d'évolution global de la part de la surface agricole couverte par l'agriculture biologique en Suède entre 2010 et 2016. On l'exprimera en pourcentage.
- Déterminer le taux d'évolution annuel moyen de la part de la surface agricole couverte par l'agriculture biologique en Suède entre 2010 et 2016. On l'exprimera en pourcentage.
- Le gouvernement suédois a pour objectif que, d'ici 2025, un quart de la surface agricole totale soit occupé par l'agriculture biologique.

On suppose qu'à partir de 2016, la part de la surface agricole couverte par l'agriculture biologique augmente de 4 % par an en Suède.

L'objectif du gouvernement sera-t-il atteint au vu de cette hypothèse ? Justifier la réponse.

### Ex 9 Brasserie du port (Tiré du bac Antilles/Guyane 2017)

En 2012, le gérant d'une brasserie de bord de plage propose le midi, un menu à 9,80 €.

À ce tarif, il sert en moyenne 420 couverts par semaine. Cette formule rencontre un tel succès qu'il décide d'augmenter son prix les étés suivants.

Il observe une légère diminution du nombre de couverts mais sa formule demeure rentable.

Les trois parties A, B et C sont indépendantes.

#### Partie A

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de couverts lorsque le prix du menu varie.

Été	2012	2013	2014	2015
Prix du menu (en euro)	9,80	11,00	12,30	13,80
Nombre hebdomadaire de couverts	420	395	370	345

Le gérant a réalisé le tableau ci-dessous extrait d'une feuille de calcul :

	A	B	C	D	E
1	Été	Prix du menu (en euro)	Nombre hebdomadaire moyen de couverts	Taux d'évolution annuel du nombre hebdomadaire moyen de couverts	Taux d'évolution annuel du prix
2	2012	9,80	420		
3	2013	11,00	395	- 5,95 %	12,24 %
4	2014	12,30	370		
5	2015	13,80	345		

La plage de cellules D3:E5 est au format pourcentage arrondi à 0,01 %.

- Proposer une formule à saisir dans la cellule D3, permettant par recopie vers le bas de compléter les cellules D4 et D5.
- Proposer de même une formule à saisir dans la cellule E3, permettant par recopie vers le bas de compléter les cellules E4 et E5.
  - Calculer le taux d'évolution annuel moyen, arrondi à 0,01%, du prix du menu entre l'été 2012 et l'été 2015.
  - En supposant que le taux d'évolution annuel du prix du menu reste constant et égal à ce taux moyen après l'été 2015, donner une estimation du prix du menu, arrondi au centime, pendant l'été 2017.
- Donner, en détaillant la démarche, une estimation du nombre hebdomadaire moyen de couverts pendant l'été 2017.

### Ex 10 Salaire moyen Homme/Femme (Polynésie 2017)

Une étude de l'INSEE a listé l'évolution en France des salaires nets annuels moyens de 1990 à 2010. On a reporté quelques valeurs dans le tableau suivant :

Années :	1990	2000	2010
Salaire net annuel moyen pour les hommes (€) :	17 643	21 498	26 831
Salaire net annuel moyen pour les femmes (€) :	13 258	17 259	22 112

- Calculer le taux d'évolution du salaire net moyen des hommes puis celui des femmes, entre 1990 et 2000.
- Qui, des hommes ou des femmes, a vu la plus forte progression du salaire net moyen entre 1990 et 2000 ? Cette tendance s'est-elle confirmée durant les dix années suivantes ?
- Calculer le taux annuel moyen d'évolution du salaire net des hommes entre 1990 et 2000 et comparer avec celui des femmes qui est d'environ de 2,7 %.

