

Fiche ____ : Polynôme du Second degré

1 – Forme développée

Définition 1 :

Exemple 1 : La fonction f définie par $f(x) = x^2 - 4x + 3$ est un polynôme du second degré.

Ses coefficients sont $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ et $c = \underline{\hspace{2cm}}$.

Définition 2 : On appelle **discriminant** du polynôme $f(x) = ax^2 + bx + c$ le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$

Exemple 2 : Le discriminant du polynôme $f(x) = x^2 - 4x + 3$ est égal à :

$$\Delta = \underline{\hspace{10cm}}$$

2 – Forme canonique

Propriété 1 :

Démonstration : Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un polynôme du second degré.

• On factorise par a : $\underline{\hspace{15cm}}$

• $x^2 + \frac{b}{a}x$ est le début d'une identité remarquable $A^2 + 2AB + B^2$ que l'on va faire apparaître :

• On utilise l'identité remarquable $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ avec $A = x$ et $B = \frac{b}{2a}$:

• On fait apparaître α et on développe $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$: $\underline{\hspace{15cm}}$

• On met les deux fractions au même dénominateur et on fait apparaître Δ :

• On développe le a puis on fait apparaître β : $\underline{\hspace{15cm}}$ □

Exemple 3 : Mettre sous la forme canonique le polynôme $f(x) = x^2 - 4x + 3$



3 – Forme factorisée

Propriété 2 : Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un polynôme du second degré.

-
-
-

Remarque : On dit que x_0, x_1 et x_2 sont les **racines** du polynôme. Ce sont les valeurs où la fonction s'annule.

Démonstration : Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un polynôme du second degré.

• On peut écrire sous forme canonique de f : _____

On factorise par a : _____

• 1^{er} cas : $\Delta > 0$. On peut prendre la racine de Δ

. On fait apparaître l'identité remarquable $A^2 - B^2$: _____

. On utilise l'identité remarquable $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$ avec $A = x + \frac{b}{2a}$ et $B = \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$:

. On met sur le même dénominateur et on fait apparaître x_1 et x_2 :

• 2^{ème} cas : $\Delta = 0$. f s'écrit sous la forme : _____

• 3^{ème} cas : $\Delta < 0$. Par l'absurde, supposons que f se factorise comme produit de facteur du premier degré.

Dans ce cas la fonction s'annulerait ce qui est impossible car comme $\Delta < 0$ on a $-\Delta > 0$:

_____ □

Exemple 4 : Factoriser si possible le polynôme $f(x) = x^2 - 4x + 3$

Application : On peut résoudre l'équation $x^2 - 4x + 3 = 0$ en utilisant la règle du produit nul :

