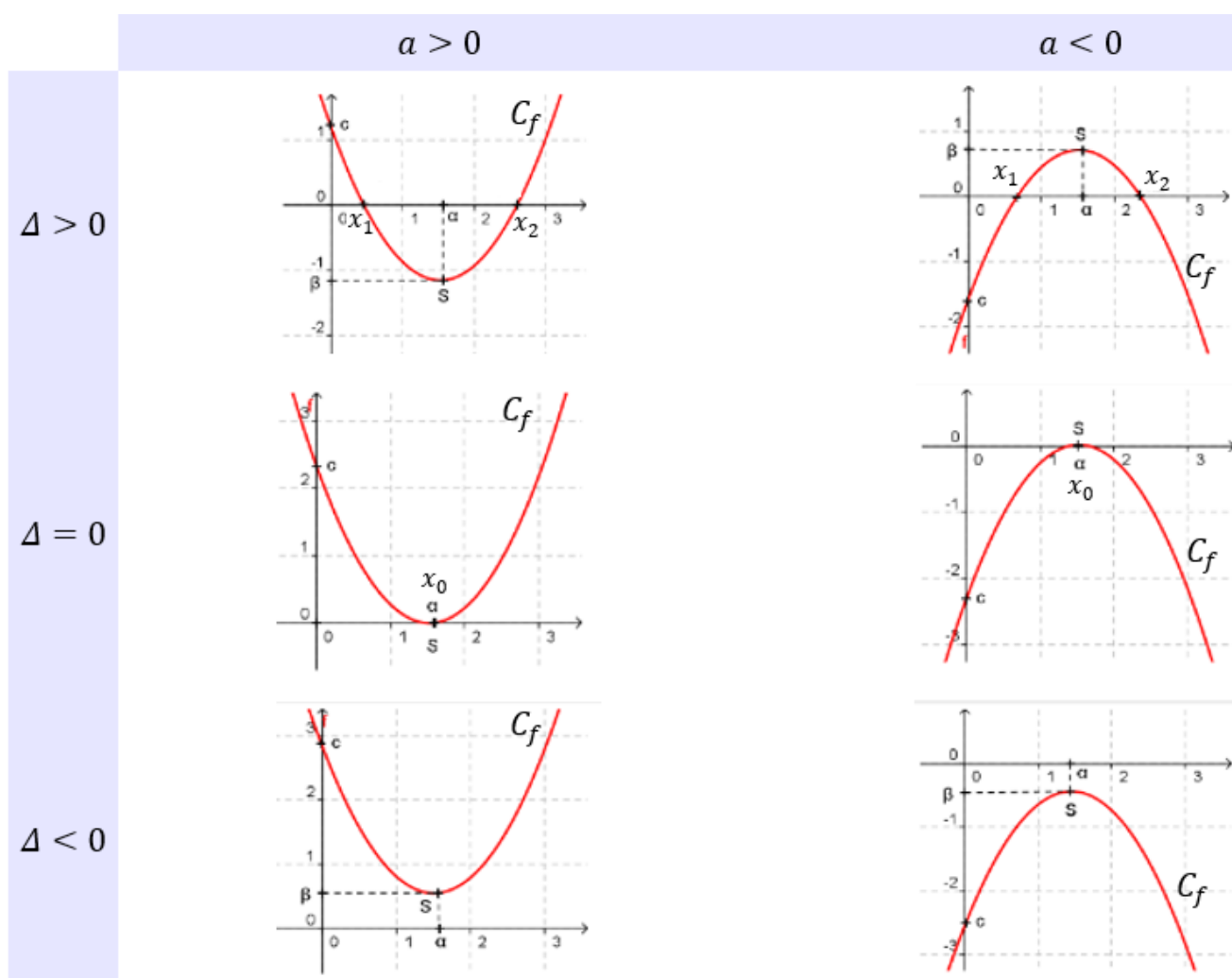


Fiche F1.3 : Fonctions du Second degré

1 – Représentation graphique

Propriété 1 : Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un polynôme du second degré.

- La courbe représentative de f est une **parabole**.
- Si $a > 0$ alors la parabole est orientée vers le **haut** et si $a < 0$ alors elle est orientée vers le **bas**.
- Le **sommet** S de la parabole a pour coordonnées $S(\alpha, \beta)$.
- La parabole est **symétrique** par rapport à l'axe vertical $x = \alpha$
- La parabole coupe l'axe des ordonnées en c
- La parabole coupe l'axe des abscisses en se(s) racine(s) éventuelle(s).

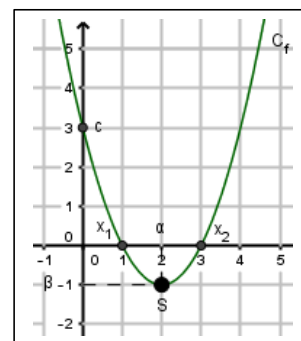


Exemple 1 : En utilisant les trois formes du polynôme du second degré f , tracer dans un repère l'allure de sa courbe représentative en faisant apparaître tous les points importants.

Forme développée : $f(x) = x^2 - 4x + 3$

Forme canonique : $f(x) = (x - 2)^2 - 1$

Forme factorisée : $f(x) = (x - 1)(x - 3)$



2 – Sens de variation & Extremums

Propriété 2 : Les variations du polynôme $f(x) = ax^2 + bx + c$ sont données par les tableaux suivants :

• Si $a > 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$			

f admet un **minimum** en α qui vaut β

• Si $a < 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$			

f admet un **maximum** en α qui vaut β

Exemple 2 : Réaliser le tableau de variations des polynômes suivants puis préciser leurs extremums.

• $f(x) = 2x^2 + 8x - 2$

$a = 2 > 0$

$\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{-8}{2 \times 2} = -2$

$\beta = f(-2) = 2 \times (-2)^2 + 8 \times (-2) - 2 = -10$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$			

f admet un minimum en -2 qui vaut -10

• $g(x) = -x^2 + 2x + 3$

$a = -1 < 0$

$\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{-2}{2 \times (-1)} = 1$

$\beta = g(1) = -(1)^2 + 2 \times (1) + 3 = 4$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x)$			

g admet un maximum en 1 qui vaut 4

3 – Signe

Propriété 3 : Le polynôme $f(x) = ax^2 + bx + c$ est du signe de a sauf entre ses racines éventuelles.

Exemple 3 : Réaliser le tableau de signe des polynômes suivants :

• $f(x) = x^2 - 5x + 4$

$a = 1$ est " + "

Deux racines : $x_1 = 1$ et $x_2 = 4$

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

• $g(x) = 2x^2 - 4x + 2$

$a = 2$ est " + "

Une racine : $x_0 = 1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x)$	+	0	+

• $h(x) = -3x^2 + x - 2$

$a = -3$ est " - "

h n'admet pas de racines

x	$-\infty$	$+\infty$
$h(x)$	-	

Exemple 4 : Résoudre les inéquations suivantes :

• $x^2 - 5x + 4 \leq 0$: On regarde les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ est « - » ou « 0 ». $S = [1; 4]$

• $2x^2 - 4x + 2 > 0$: On regarde les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ est « + ». $S =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$

• $-3x^2 + x - 2 \geq 0$: On regarde les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ est « + » ou « 0 ». $S = \emptyset$

