Fiche F3.1 : Définition, représentation graphique & sens de variation

1 – Définition

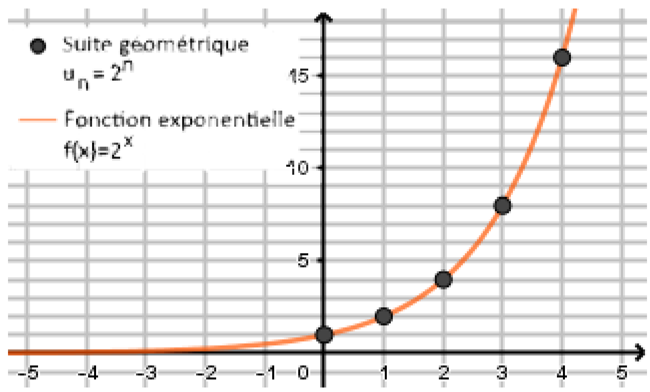
Définition 1 : Soit a un nombre réel strictement positif. On appelle fonction **exponentielle de base** a la fonction $f(x) = a^x$ (la variable est en exposant) définie sur $\mathbb{R}$ de la façon suivante :

- Cette fonction « prolonge » la suite géométrique $u_n = a^n$ sur les nombres positifs.
- Cette fonction « s'étend » aux nombres négatifs en posant : $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$

Remarques :

- Quelque soit la base a, on a toujours $f(0) = a^0 = 1$ et $f(1) = a^1 = a$
- L'image d'un nombre se calcule avec la calculatrice en utilisant la touche $\boxed{\wedge}$.

Exemple : On a tracé ci-dessous la fonction $f(x) = 2^x$.



- $f(4) = 2^4 \approx 16$
- $f(3{,}5) = 2^{3.5} \approx 11.313$
- $f(-1{,}5) = 2^{-1.5} = \frac{1}{2^{1.5}} \approx 0.354$
- $f(0) = 2^0 = 1$
- $f(1) = 2^1 = 2$

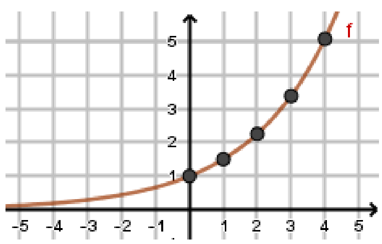
2 – Sens de variation et représentation graphique

Propriété 1 : Soit $a > 0$. La fonction exponentielle de base $f(x) = a^x$ est :

- Strictement **croissante** si $a > 1$
- Strictement **décroissante** si $0 < a < 1$

Remarque : La fonction $f(x) = a^x$ a le même sens de variation que la suite géométrique qu'elle prolonge.

Exemple 2 :
- La fonction $f(x) = 1.5^x$ est **croissante**.
- La fonction $g(x) = 0.8^x$ est **décroissante**.



Propriété 2 : Soit $a > 0$. On considère la fonction f définie par $f(x) = k \times a^x$

- Si $k > 0$, f a le **même** sens de variation que $x \to a^x$.
- Si $k < 0$, f a le **sens** de variation contraire que $x \to a^x$.

Exemple 3 : La fonction $f(x) = -0.5 \times 1.2^x$ est décroissante car $x \to 1.2^x$ est croissante ($a > 1$) et $k < 0$.

Remarque : La fonction $f(x) = ka^x$ prolonge une suite géométrique de 1[er] terme $u_0 = k$ et de raison $q = a$.