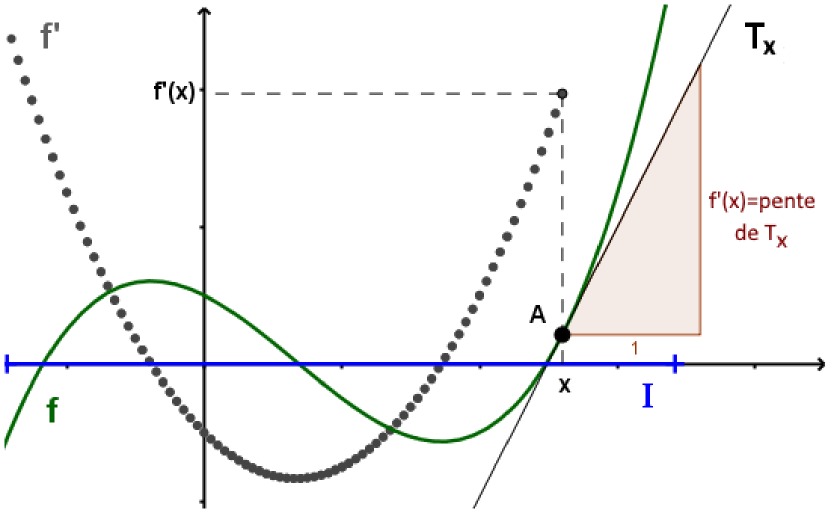
Fiche F3.1 : Fonction dérivée

1 – Dérivée d'une fonction f

Définition 1 :

Définition 2 :

Interprétation graphique : La dérivée f' est la fonction qui associe, à chaque x de I, la pente de la courbe de f en x, c'est-à-dire le coefficient de la tangente T à la courbe de f en x.



2 – Dérivées des fonctions usuelles

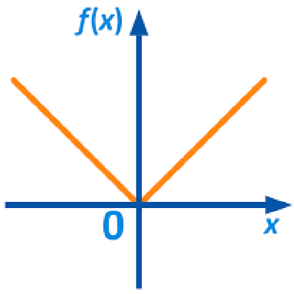
Fonction f	Fonction dérivée f'	Intervalle de dérivabilité
$f(x) = c$ (constante)		
$f(x) = x$		
$f(x) = ax + b$		
$f(x) = x^2$		
$f(x) = x^3$		
$f(x) = x^n$ (avec n entier, $n \geq 2$)		
$f(x) = \dfrac{1}{x}$		
$f(x) = \sqrt{x}$		
$f(x) = \lvert x \rvert$		

Remarques :

• La fonction inverse n'est pas dérivable en 0, car elle n'est pas définie en ce nombre.

• La fonction racine carré n'est pas dérivable en 0, la tangente T_0 à sa courbe en 0 est verticale, et ne possède donc pas de coefficient directeur.

• La fonction valeur absolue n'est pas dérivable en 0, car elle n'admet pas de tangente T_0



Démonstration : Dérivée de la fonction carrée $f(x) = x^2$.

• On considère un nombre réel quelconque $a \in \mathbb{R}$. Nous allons montrer que f est dérivable en a.

• Pour un pas $h > 0$, calculons le taux d'accroissement entre a et $a + h$:

$\tau_a(h) =$

• Lorsque h se rapproche de 0, $\tau_a(h)$ se rapproche du nombre réel ________

• La fonction f est donc dérivable en a et on a donc $f'(a) =$ ____________________

• Comme a est un nombre réel quelconque, la fonction carré est donc dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a $f'(x) =$ ____

Démonstration : Dérivée de la fonction inverse $f(x) = \frac{1}{x}$.

• On considère un nombre réel non nul quelconque $a \neq 0$. Nous allons montrer que f est dérivable en a.

• Pour un pas $h > 0$, calculons le taux d'accroissement entre a et $a + h$

$\tau_a(h) =$

• Lorsque h se rapproche de 0, $\tau_a(h)$ se rapproche du nombre réel _____

• La fonction f est donc dérivable en a et on a donc $f'(a) =$ ______________________

• Comme a est un nombre réel non nul quelconque, la fonction inverse est donc dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et on a $f'(x) =$ ________