

Fiche F4.1 : Fonction logarithme décimal

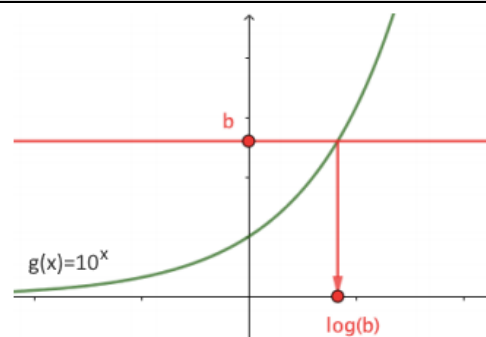
1 – Définition

Définition 1 : Soit b un nombre réel strictement positif.

- On appelle **logarithme décimal** de b et on note $\log(b)$ l'unique solution x de l'équation $10^x = b$.
- La **fonction logarithme décimal** est la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \log(x)$

Remarques :

- $10^x = b$ est donc équivalent à $x = \log(b)$.
- Pour tout réel strictement positif $b > 0$, on a $10^{\log(b)} = b$.
- $\log(1) = 0$; $\log(10) = 1$; $\log(100) = 2$; $\log(1000) = 3$; etc.
- $\log(0.1) = -1$; $\log(0.01) = -2$; $\log(0.001) = -3$; etc.
- Plus généralement pour tout entier n , on a $\log(10^n) = n$.
- En pratique pour déterminer le logarithme d'un nombre on utilise la touche $\boxed{\log}$ de la calculatrice.



Exemple 1 : Calculer une valeur approchée des logarithmes suivants :

- $\log(30\ 000) \approx 4.48$. Cela signifie que l'on a $10^{4.48} \approx 30\ 000$.
- $\log(0.009) \approx -2.05$ Cela signifie que l'on a $10^{-2.05} \approx 0.009$

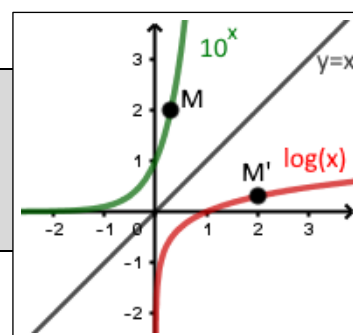
Exemple 2 : Résoudre les équations suivantes :

- $10^x = 500 \Leftrightarrow x = \log(500) \approx 2.70$
- $\log x = 5 \Leftrightarrow x = 10^5 = 100\ 000$

2 – Représentation graphique et propriétés

Propriété 1 : La courbe représentative de la fonction logarithme décimal $f(x) = \log(x)$ est le **symétrique** de la courbe de la fonction exponentielle $g(x) = 10^x$ par rapport à l'axe d'équation $y = x$.

Remarque : Ainsi, on a $M(x; y) \in C_g \Leftrightarrow M'(y; x) \in C_f$



Propriété 2 : On a les propriétés suivantes :

- La fonction logarithme décimal est strictement croissante sur $[0; +\infty[$
- Pour tout nombre réel x , lorsque $x < 1$ on a $\log(x) < 0$ et lorsque $x > 1$ on a $\log(x) > 0$.

Exemple 3 : Résoudre les inéquations suivantes :

- $x \log(2) > 10$: On divise l'inéquation par $\log(2) > 0$ donc l'inégalité **reste** dans le même sens.

$$x > \frac{10}{\log(2)} \approx 33.2. \text{ On a donc } S =]33.2; +\infty[$$

- $x \log(0.5) \leq 20$: On divise l'inéquation par $\log(0.5) < 0$ donc l'inégalité **change** de sens.

$$x \geq \frac{20}{\log(0.5)} \approx -66.4. \text{ On a donc } S =] - 66.4; +\infty[$$

