Fiche ___ : Propriétés du produit scalaire

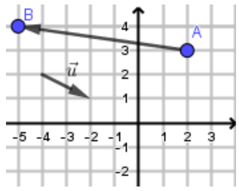
1 – Produit scalaire et coordonnées

Propriété 1 :

Remarque : En particulier, on retrouve la formule pour la norme $\|\vec{u}\|$ d'un vecteur $\vec{u}\binom{x}{y}$:

$\|\vec{u}\|^2 =$ ______________________________________ donc on a bien $\|\vec{u}\| =$ _______________

Exemple 1 : Soient le vecteur $\vec{u}\binom{2}{-1}$ et les points $A(2;3)$ et $B(-5;4)$. Calculer $\vec{u}.\overrightarrow{AB}$:



2 – Symétrie et bilinéarité du produit scalaire

Propriété 2 : Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs et k un nombre réel. On a les propriétés suivantes :

(1) (2) (3)

Remarque : L'opération 'produit scalaire' fonctionne donc comme la **multiplication** des nombres.

Exemple 2 : Utiliser les règles de calculs de la propriété, pour simplifier les expressions suivantes :

- $(\vec{u}+\vec{v}).\vec{w} =$ (Distributivité à droite)
- $\vec{v}.(-\vec{v}) =$
- $\vec{u}.(\vec{v}-\vec{w}) =$
- $\vec{u}.(2\vec{u}+5\vec{v}) =$
- $(\vec{u}+\vec{v}).(\vec{w}+\vec{t}) =$ (Double distributivité)

3 – Produit scalaire et normes

- Les règles de calculs précédentes conduisent aux identités remarquables suivantes :

. $\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 =$

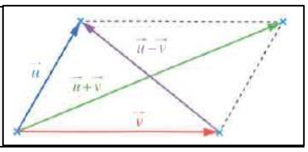
. $\|\vec{u}-\vec{v}\|^2 =$

. $(\vec{u}+\vec{v}).(\vec{u}-\vec{v}) =$

- On en déduit ainsi d'autres expressions du produit scalaire $\vec{u}.\vec{v}$ en fonction des normes :

Propriété 3 : Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs. On a les formules suivantes :

- $\vec{u}.\vec{v} =$
- $\vec{u}.\vec{v} =$



Exemple 3 : Soit ABC un triangle tel que $AB = 4$, $AC = 6$ et $BC = 7$. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.