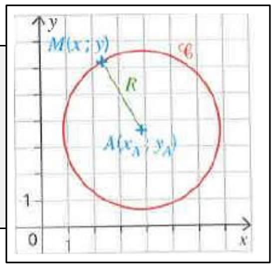
Fiche ___ : Equation cartésienne d'un cercle

1 – A partir de son centre et de son rayon

Propriété 1 :



Remarques :

- L'égalité précédente est appelée une **équation cartésienne** du cercle $(\mathcal{C})$.
- Réciproquement, l'ensemble des points $M(x;y)$ vérifiant l'équation $(x-a)^2+(y-b)^2=S$ où $S>0$, est un cercle de centre $(a;b)$ et de rayon $\sqrt{S}$.

Démonstration : Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre $A(x_A;y_A)$ et de rayon $R>0$

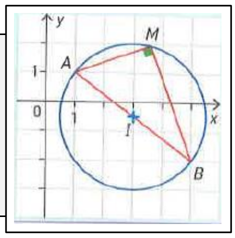
- $M(x;y) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow$ ____________ $\Leftrightarrow$ ____________ $\Leftrightarrow$ ________________.
- Or, $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} \_\_\_\_ \\ \_\_\_\_ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \_\_\_\_ \\ \_\_\_\_ \end{pmatrix}$ d'où $\|\overrightarrow{AM}\|^2 =$ __________________________________.
- Ainsi, $M(x;y) \in (\mathcal{C}) \Leftrightarrow$ ____.
- Cela prouve que $(\mathcal{C})$ a pour équation cartésienne l'égalité précédente. □

Exemple 1 : Vérifier que le cercle $(\mathcal{C})$ de centre $A(4;-1)$ et de rayon 3 a pour équation cartésienne :

$$(\mathcal{C}): x^2+y^2-8x+2y+8=0$$

2 – A partir de son diamètre

Propriété 2 :



Remarque : On peut aussi calculer les coordonnées du milieu I de $[AB]$ ainsi que la valeur du rayon IA.

Démonstration : Soit $(\mathcal{C})$ le cercle de de diamètre $[AB]$.

- $M(x;y) \in (\mathcal{C}) \Leftrightarrow$ ______________ $\Leftrightarrow$ ______________. Or $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} \_\_\_\_ \\ \_\_\_\_ \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} \_\_\_\_ \\ \_\_\_\_ \end{pmatrix}$.
- Ainsi, $M(x;y) \in (\mathcal{C}) \Leftrightarrow$ ____.
- Cela prouve que $(\mathcal{C})$ a pour équation cartésienne l'égalité précédente. □

Exemple 2 : Soient $A(2;-4)$ et $B(3;1)$. Le point $M(0;-1)$ appartient-il au cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AB]$?