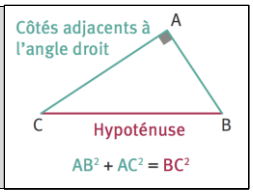
Fiche ___ : Triangle rectangle

1 – Théorème de Pythagore

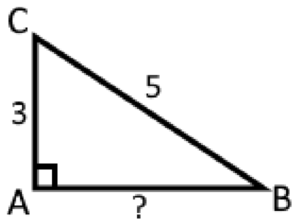
Théorème 1 :



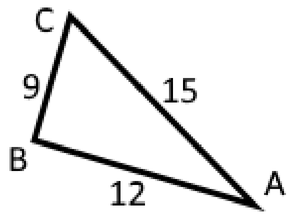
Remarques :

- Le sens « ⇒ » correspond au théorème de Pythagore et le sens « ⇐ » à sa réciproque.
- Dans un triangle rectangle, le plus grand côté est appelé **l'hypothénuse**. C'est le côté opposé à l'angle droit.

Exemple 1 : Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 3\ cm$ et $BC = 5\ cm$. Quelle est la longueur AC ?

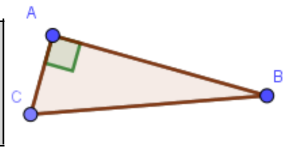


Exemple 2 : Soit ABC un triangle tel que $AB = 12\ cm$, $BC = 9\ cm$ et $AC = 15\ cm$. ABC est-il rectangle ?



2 – Triangle rectangle et cercle circonscrit

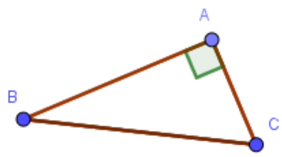
Propriété 1 :



Rappel : Dans un triangle le point d'intersection des médiatrices est le centre du **cercle circonscrit** à ce triangle

Propriété 2 :

- .
-

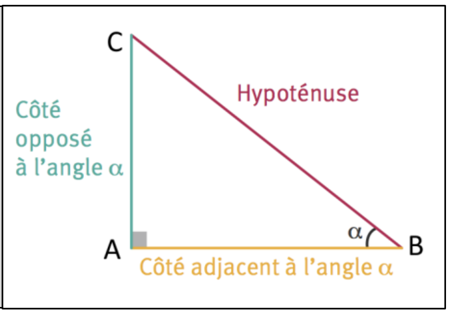


Remarque : Le diamètre du cercle sera alors l'hypothénuse du triangle rectangle

3 – Trigonométrie

Définition 2 : Soit ABC un triangle rectangle en A. On note α l'angle $\widehat{ABC}$.

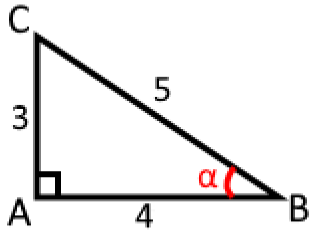
- **Cosinus** de l'angle α :
- **Sinus** de l'angle α : $\sin(\alpha) =$
- **Tangente** de l'angle α : $\tan(\alpha) =$



Remarques :

- On a $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{\frac{AC}{BC}}{\frac{AB}{BC}} = \frac{AC}{\cancel{BC}} \times \frac{\cancel{BC}}{AB} = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{côté opposé à l'angle } \alpha}{\text{côté adjacent à l'angle } \alpha}$.
- On a $0 \leq \cos(\alpha) \leq 1$ et $0 \leq \sin(\alpha) \leq 1$ car l'hypothénuse est le plus grand des côtés.

Exemple 3 : On considère le triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 4$, $AC = 3$ et $BC = 5$



Propriété 3 :

Remarque : $\cos^2(\alpha)$ et $\sin^2(\alpha)$ désignent le carré de $\cos(\alpha)$ et de $\sin(\alpha)$.

Démonstration : Soit α un angle aigu.

- On considère ABC un triangle rectangle en A tel que $\alpha = \widehat{ABC}$.
- On a : $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) =$ ____
- Or ABC est un triangle rectangle en A donc d'après le théorème de Pythagore on a : ______________ .
- On obtient donc $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) =$ ____________________ □

Exemple 4 : Pour $\alpha = 60°$: on a les valeurs remarquables suivantes : $\cos(60°) = \frac{1}{2}$ et $\sin(60°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\cos^2(60°) + \sin(60°)^2 =$ ____