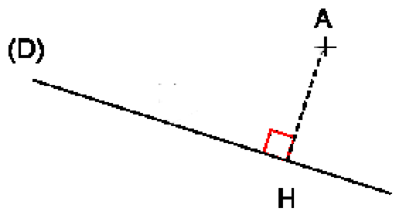
Fiche G3.4 : Projeté orthogonal

1 – Projeté orthogonal d'un point sur une droite

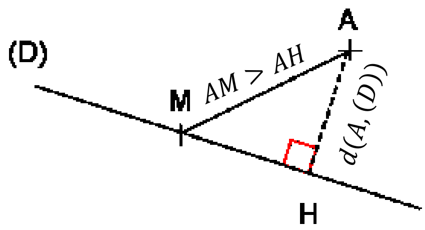
Définition 1 : Soit un point A et une droite (D). On appelle **projeté orthogonal** de A sur (D), le point H tel que $(AH) \perp (D)$.



Remarque : Si $A \in (d)$ alors le projeté orthogonal H de A sur (d), est confondu avec A.

2 – Distance d'un point à une droite

Propriété 1 : Le projeté orthogonal H de A sur (D) est le point de la droite (D) le **plus proche** de A :
Pour tout point M de (D) distinct de H, on a $AH < AM$.

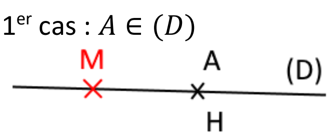


Remarque : La distance AH est alors appelée **distance du point A à la droite (D)** et notée $d(A,(D))$

Démonstration : Soit H le projeté orthogonal de A sur (D) et M un point de (D) distinct de H.

1er cas : Le point A appartient à (D)

- Les points A et H sont confondus et on a $AH = 0$
- Comme M est distinct de H, on a $AM > 0$ et donc $AM > AH$.



2e cas : Le point A n'appartient pas à (D).

- Le triangle AMH est alors rectangle en H. D'après le théorème de Pythagore, on a l'égalité $AM^2 = \underbrace{MH^2}_{>0} + AH^2$.
- Comme M est distinct de H, on a $MH > 0$ et donc $MH^2 > 0$.
- On obtient donc $AM^2 > AH^2$ et donc $AM > AH$. □