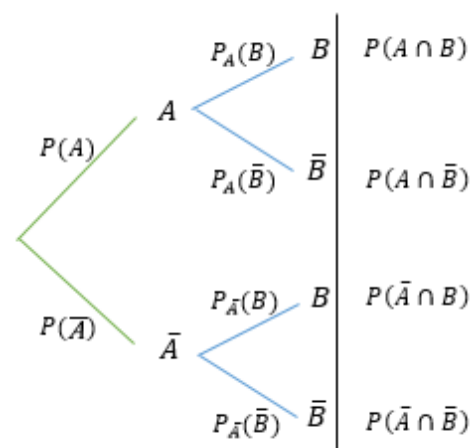


Fiche ___ : Arbres pondérés

1 – Règles de calculs dans un arbre pondéré

On peut représenter une situation aléatoire avec des probabilités conditionnelles avec un arbre pondéré.

- Sur le 1^{er} niveau on place $P(A)$ sur la branche qui mène vers A .
- Sur le 2^e niveau on place les probabilité conditionnelles :
 $P_A(B)$ se place sur la branche de A vers B .
- Un chemin complet, A suivi de B , correspond à l'intersection $A \cap B$.
- Règle 1 : À partir d'un même nœud, la somme des probabilités sur les branches est égale à 1.
- Règle 2 : Pour calculer la probabilité d'un chemin, on multiplie les probabilités des branches de ce chemin.



Remarque : Le principe multiplicatif dans un arbre s'appuie sur la formule : $P(A \cap B) = P_A(B) \times P(A)$.

Exemple 1 : L'Observatoire Français des Drogues et des Toxicomanies (OFDT) a réalisé une enquête auprès des jeunes de 18 à 25 ans sur leur consommation de tabac et d'alcool. Parmi les personnes interrogés :

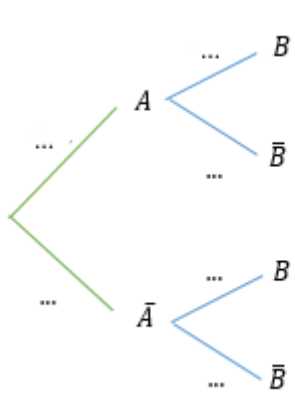
- 78 % d'entre eux déclarent consommer de l'Alcool (au moins une fois lors du dernier mois)
- Parmi ceux qui consomment de l'alcool, 43 % d'entre eux déclarent consommer également du tabac.
- Parmi ceux qui ne consomment pas d'alcool, 15 % d'entre eux déclarent consommer du tabac.

On interroge un jeune au hasard. On considère les évènements suivants :

A : « La personne interrogée consomme de l'alcool » et B : « La personne interrogée consomme du tabac »

1) Traduire les informations de l'énoncé en probabilité à l'aide des probabilités conditionnelles

2) Compléter l'arbre pondéré suivant :

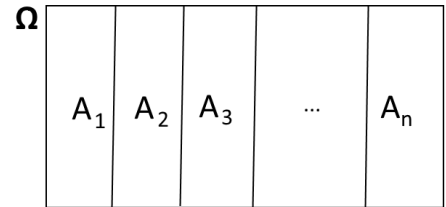


3) a. Quelle est la probabilité que la personne interrogée consomme du tabac et de l'alcool.

b. Quelle est la probabilité que la personne interrogée ne consomme ni tabac ni alcool.

2 – Formule des probabilités totales

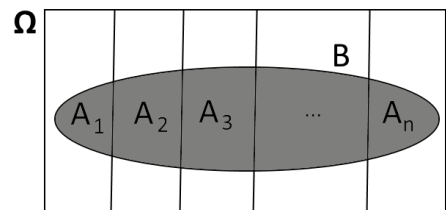
Définition 1 :



Exemple 2 : On choisit un élève du lycée au hasard. L'univers Ω est l'ensemble des élèves du lycée. Les événements A_1 : « L'élève est en seconde » ; A_2 : « L'élève est en première » et A_3 : « L'élève est en Terminale » forment une partition de l'univers Ω .

Remarque : Un événement A de probabilité non nulle et son événement contraire \bar{A} forment toujours une partition de l'univers Ω .

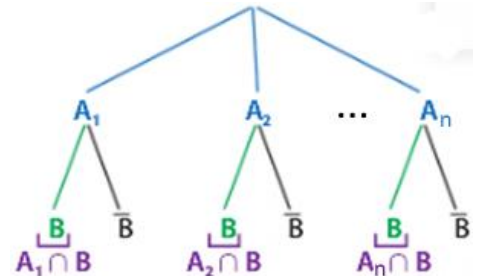
Propriété 1 :



La formule des probabilités totales peut être reformulé comme une troisième règle de calcul dans les arbres pondérés :

Règle 3 : La probabilité d'un événement associé à plusieurs chemins est égale à la somme des probabilités de chacun de ces chemins

$$P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B)$$



Remarque : Lorsque que la partition est limitée à un événement A et son contraire, on obtient une formule plus simple : _____

Exemple 3 : Reprenons le contexte de l'exemple 1

1) Quelle est la probabilité que la personne interrogée consomme du tabac.

2) On interroge un fumeur, quelle est la probabilité qu'il boive de l'alcool ?

