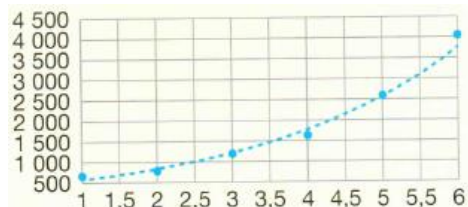


Fiche P1.3 : Ajustement non linéaire

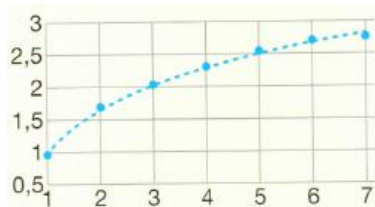
1 – Types d'ajustement

Dans certain cas, lorsque les points ne sont pas presque alignés, l'ajustement affine n'est pas le plus adapté.

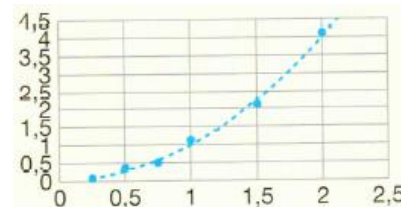
Voici les principaux autres **types d'ajustements** possibles pour un nuage de points :



Ajustement exponentiel



Ajustement logarithmique



Ajustement polynomial

2 – Changement de variables

Il est parfois possible de se ramener à un ajustement affine en utilisant un **changement de variables**.

Exemple 1 : Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre d'employés dans une entreprise en fonction de l'année. On a représenté en *figure 1* le nuage de points $M(x_i; y_i)$ de cette série statistique.

Année	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'employés y_i	66	104	130	207	290	345	428

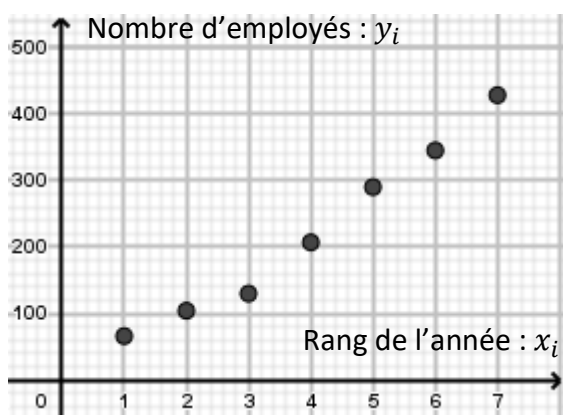


Figure 1 : Nuage de points $M_i(x_i; y_i)$
(Avant le changement de variable)

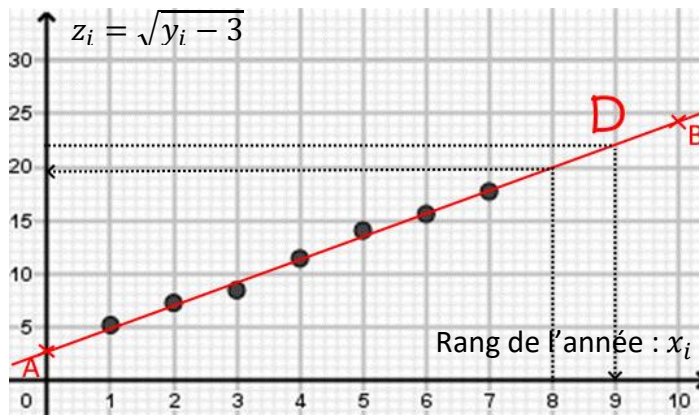


Figure 2 : Nuage de points $P_i(x_i; z_i)$
(Après le changement de variable)

1) Quel type d'ajustement semble-t-il le plus adapté pour le nuage de points $M(x_i; y_i)$?

Un ajustement polynomiale semble le plus adapté.

2) On décide donc d'effectuer le changement de variable $z = \sqrt{y} - 3$. Compléter le tableau ci-dessous.

Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \sqrt{y_i - 3}$	5.12	7.2	8.4	11.39	14	15.57	17.69

3) Représenter en *figure 2* le nuage de points $P_i(x_i; z_i)$ de cette nouvelle série statistique.

4) Un ajustement affine de ce nouveau nuage de points semble-t-il pertinent ?

Oui, car les points des nuages sont presque alignés.

5) a. A l'aide de la calculatrice, déterminer l'équation de la droite \mathcal{D} d'ajustement obtenue par la méthode des moindres carrés du nuage de points $P_i(x_i; z_i)$.

Après saisie de la série statistique $(x_i; z_i)$ dans la calculatrice on trouve : $a \approx 2.14$ et $b = 2.76$

La droite \mathcal{D} a donc pour équation $\mathcal{D}: z = 2.14x + 2.76$

b. Tracer cette droite.

On calcule les coordonnées de deux points A et B de la droite \mathcal{D} .

$x = 0 : z = 2.14 \times 0 + 2.76 = 2.76$ (Ordonnée à l'origine). On place $A(0; 2.76)$.

$x = 10 : z = 2.14 \times 10 + 2.76 = 24.16$. On place $B(10; 24.16)$.

x	0	10
z	2.76	24.16

6) Réaliser les estimations suivantes :

a. Le nombre d'employés qu'il y'aura en 2021

2021 est l'année de rang 8 : Donc $x = 8$. On cherche le nombre d'employé y .

On commence par utiliser la droite d'ajustement : $z = 2.14 \times 8 + 2.76 \approx 19.88$

On applique notre changement de variable : On sait que $z = \sqrt{y} - 3$ et que $z \approx 19.88$

On résout donc $\sqrt{y} - 3 = 19.88$ d'où $\sqrt{y} = 19.88 + 3 = 22.88$ puis $y = 22.88^2 \approx 523$.

On peut estimer le nombre d'employés à 523 en 2021.

b. A partir de quelle année le nombre d'employé dépassera 625 employés

On sait que $y = 625$. On cherche le rang de l'année x .

On applique notre changement de variable : On sait que $z = \sqrt{y} - 3$ donc $z = \sqrt{625} - 3 = 22$

On utilise la droite d'ajustement $z = 2.14x + 2.76$ et $z = 22$

On résout donc $2.14x + 2.76 = 22$ d'où $2.14x = 22 - 2.76 = 19.24$ puis $x = \frac{19.24}{2.14} \approx 9$.

Le nombre d'employés dépasse 625 à partir de l'année de rang 9 donc à partir de 2022.

