

Fiche ____ : Indépendance

1 – Indépendance de deux évènements

On dit que deux évènements sont indépendants si la réalisation de l'un n'a aucune influence sur la probabilité que l'autre se réalise :

Définition 1 :

Exemple 1 : On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.

Les deux évènements A : « Piocher un cœur » et B : « Piocher une figure » sont indépendants :

On a $P(A) = \underline{\hspace{2cm}}$ et $P_B(A) = \underline{\hspace{2cm}}$ ainsi que $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$ et $P_A(B) = \underline{\hspace{2cm}}$

Propriété 1 :

Démonstration :

⇒ Si A et B sont indépendants, comme $P_A(B) = P(B)$, on a $P(A \cap B) = \underline{\hspace{2cm}}$

⇐ Réciproquement, si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, on a $P(A) = \underline{\hspace{2cm}}$ et $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$.

Exemple 2 : Dans l'exemple précédent, on a $P(A \cap B) = \underline{\hspace{2cm}}$ et $P(A) \times P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$.

Propriété 2 : Si deux évènements A et B sont indépendants alors \bar{A} et B le sont également.

Exemple 3 : Les évènements \bar{A} : « Ne pas piocher de cœur » et B : « Piocher une figure » sont indépendants.

2 – Répétition de deux épreuves indépendantes

Définition 2 :

Exemple 4 : Lors de la succession de deux lancers d'un dé, les deux lancers sont indépendants. Lorsque l'on pioche successivement et sans remise deux cartes dans un jeu, les deux tirages ne sont pas indépendants.

Remarque : Lorsque la même épreuve est répétée 2 fois de façon indépendante, la probabilité d'obtenir un résultat à la 1^{ère} épreuve est alors la même qu'à la seconde. Si on représente cette situation, on obtient un arbre pondéré donc chaque nœud est identique. Le principe multiplicatif s'applique alors également ici :

Propriété 3 :

Exemple 5 : On lance 2 fois de suite un dé bien équilibré. Soit S : « Obtenir 6 ».

Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré puis calculer :

- $P(\text{Obtenir un double six}) =$
- $P(\text{Obtenir aucun six}) =$
- $P(\text{Obtenir un seul six}) =$

