

## Fiche \_\_\_ : Vers la notion de limite

### 1 – Limite infinie

Définition 1 :

- 
- 

Vocabulaire : On dit dans ce cas que la suite « **tend vers**  $+\infty$  ou  $-\infty$  ».

Explication : Dire qu'une suite tend vers l'infini signifie que les termes de la suite dépassent, à partir d'un certain rang, n'importe quelle valeur  $A$  fixé à l'avance.

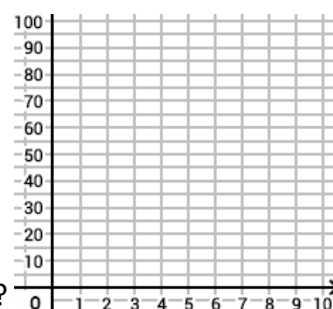
Exemple 1 : Soit  $(u_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  par  $u_n = n^2$

1) Calculer les premiers termes de la suite  $(u_n)$ .

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$u_n$											

2) Dans le repère ci-contre, représenter le suite  $(u_n)$ .

3) Que se passe-t-il lorsque  $n$  devient de plus en plus grand ? Quelle est sa limite ?



4) Dans le tableur, quelle formule doit-on entrer dans la cellule B2, pour calculer les termes de la suite  $u_n$  à l'aide du recopiage automatique ? \_\_\_\_\_

5) Déterminer le rang à partir duquel tous les termes sont :

- Supérieur à  $A = 100$  : \_\_\_\_\_
- Supérieur à  $A = 1000$  : \_\_\_\_\_
- Supérieur à  $A = 10000$  : \_\_\_\_\_
- Supérieur à  $A = 100000$  : \_\_\_\_\_

6) Compléter puis exécuter l'algorithme suivant afin que celui-ci affiche le rang à partir duquel tous les termes de la suite seront supérieurs à  $A = 100\ 000$ .

	A	B
1	n	$u_n$
2	30	900
3	31	961
4	32	1024
5	33	1089
6	...	...
7	99	9801
8	100	10000
9	...	...
10	314	98596
11	315	99225
12	316	99856
13	317	100489

#### Algorithme

Variables :  $n, u$

$n \leftarrow \_$

$u \leftarrow \_$

Tant que \_\_\_\_\_ Faire

$n \leftarrow \_$

$u \leftarrow \_$

Fin Tant que

Afficher \_\_\_\_\_

#### Exécution

#### Programme Python

```
from math import*
n=0
u=0
while u<100000 :
    n=n+1
    u=n**2
print(n)
```



## 2 – Limite finie

Définition 2 :

Remarque : Dire que la distance entre  $u_n$  et  $l$  est inférieure à  $\varepsilon$  s'écrit<sup>1</sup>  $|u_n - l| < \varepsilon$

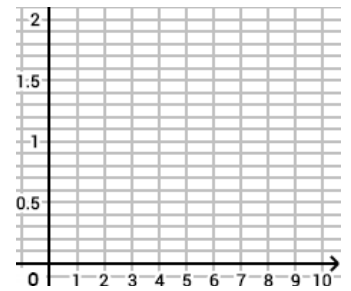
Vocabulaire : On dit dans ce cas que la suite « **tend vers  $l$**  ».

Explication : Dire qu'une suite tend vers  $l$  signifie, qu'à partir d'un certain rang, les termes de la suite se rapproche aussi proche que l'on veut de  $l$ , à une distance inférieure à n'importe quel écart  $\varepsilon$  fixé à l'avance.

Exemple 2 : Soit  $(u_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n \geq 1$  par  $u_n = \frac{4n-1}{2n}$

1) A l'aide de la calculatrice, calculer les premiers termes de la suite  $(u_n)$ .

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$u_n$										



2) Dans le repère ci-contre, représenter la suite  $(u_n)$ .

3) Que se passe-t-il lorsque  $n$  devient de plus en plus grand ? Quel est sa limite ?

4) Dans le tableur, quelle formule doit-on entrer dans la cellule B2, pour calculer les termes de la suites  $u_n$  à l'aide du recopiage automatique ?

	A	B
1	n	$u_n$
2	46	1,9891304
3	47	1,9893617
4	48	1,9895833
5	49	1,9897959
6	50	1,99
7	51	1,9901961
8	52	1,9903846

5) Déterminer le rang à partir duquel tous les termes sont distant de la limite de :

- Moins de  $\varepsilon = \frac{1}{10}$  : \_\_\_\_\_
- Moins de  $\varepsilon = \frac{1}{100}$  : \_\_\_\_\_

6) Calculer la distance entre  $u_{46}$  et sa limite (arrondie à  $10^{-4}$  près)

7) Compléter puis exécuter l'algorithme suivant afin que celui-ci affiche le rang à partir duquel tous les termes de la suite seront distant de moins de  $\varepsilon = \frac{1}{100}$  de la limite.

### Algorithme

```
Variables : n, u
n ← _
u ← _
Tant que _____ Faire
    n ← _____
    u ← _____
Fin Tant que
Afficher _
```

### Exécution

### Programme Python

```
from math import*

n=1
u=1.5
while abs(u-2)>=0.01 :
    n=n+1
    u=(4*n-1)/(2*n)
print(n)

# Attention aux parenthèses
```

<sup>1</sup>  $|x|$  désigne la **valeur absolue** de  $x$  :  $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

