Fiche ___ : Suites géométriques

1 – Définition

Définition 1 :

Exemple 1 :

● Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $q = 3$.

● Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = 2$ et de raison $q = \frac{1}{2}$.

Exemple 2 : Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2^n$.

Exemple 3 : Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2$.

2 – Formule explicite

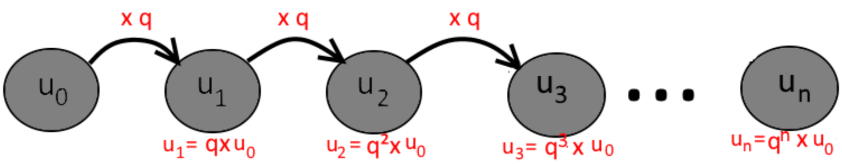
Propriété 1 :

Remarque : Plus généralement, si k est un entier naturel, pour tout rang $n \geq k$, on a ___________________

En particulier, lorsque le premier terme est u_1, on utilisera la formule ___________________ .

Démonstration : Soit (u_n) une suite géométrique de raison q. Pour tout rang n, $u_{n+1} = q \times u_n$. On a donc :

$$\begin{cases} u_1 = \\ u_2 = \\ u_3 = \\ \quad \dots \end{cases}$$



Ainsi pour arriver jusqu'à u_n, en partant de u_0, on aura multiplier n fois par la raison : _______________ □

Remarque : La formule explicite permet de calculer n'importe quel terme sans calculer tous les précédents.

Exemple 4 :

● Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $q = 3$.

Formule explicite : $u_{10} =$

● Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $v_1 = 2$ et de raison $q = \frac{1}{2}$.

Formule explicite : $v_{10} =$

3 – Sens de variation

Propriété 4 : On considère une suite géométrique (u_n) de raison $q > 0$ et de premier terme $u_0 > 0$

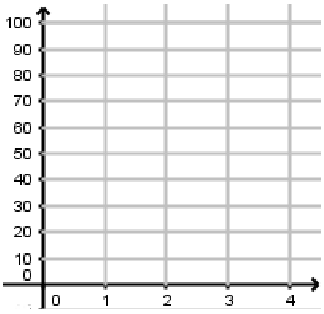
•

•

•

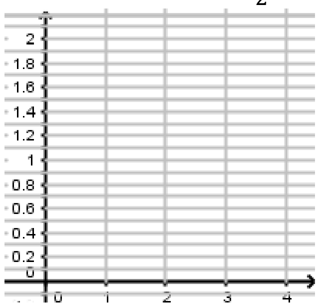
Exemple 5 :

• $u_0 = 1\,;q = 3$



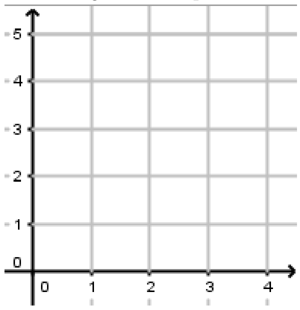
____

• $v_0 = 2\,;q = \frac{1}{2}$



____

• $w_0 = 3\,;q = 1$



____

Remarques :

• Si $u_0 < 0$ alors les sens de variation sont inversés : décroissant si $q > 1$ et croissant si $0 < q < 1$.

• Si $q < 0$ alors la suite n'est pas monotone : Les termes oscillent indéfiniment entre positif et négatif.

4 – Limites

Propriété 3 : On considère une suite géométrique (u_n) de raison $q > 0$ et de premier terme u_0.

•

•

•

•

Exemple 7 : On reprend les suites de l'exemple précédent, on a :

• $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \_\_\_$ • $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \_\_\_$ • $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = \_\_\_$

5 – Evolution exponentielle

• On utilise les suites géométriques pour modéliser des situation où l'évolution est **exponentielle**

• Lorsqu'une quantité subit plusieurs évolutions successives d'un même pourcentage $a\%$, alors on peut modéliser mathématiquement l'évolution de cette quantité par une suite géométrique, de 1^er terme u_0 égale à sa valeur initiale, et de raison $q = 1 + \frac{a}{100}$.

Exemple 8 : On ouvre un compte où l'on place $10\,000$€. Chaque année on reçoit 5% de la somme présente sur le compte (intérêts composés). Soit u_n le montant sur le compte n années après son ouverture.

La suite (u_n) est ____