

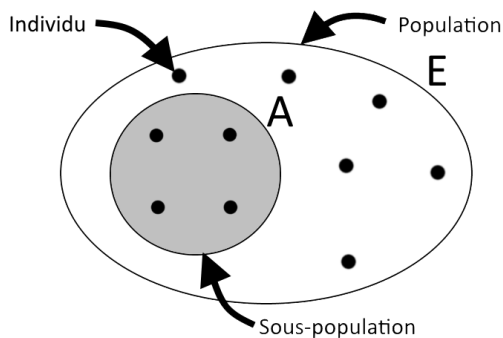
# Chapitre 1 : Proportion

## 1 – Généralités

### Définition 1 :

- On appelle **population** un ensemble  $E$  d'éléments appelés **individus**.
- Toute partie  $A$  de cette population est appelée une **sous-population**.
- L'**effectif** d'une sous-population  $A$ , noté  $n_A$ , est le nombre d'individus qu'elle contient.
- L'**effectif total**, noté  $N$ , est la taille de la population.
- On appelle **proportion de  $A$  dans  $E$**  le quotient  $p = \frac{n_A}{N} = \frac{\text{partie}}{\text{tout}}$

Figure 1 : Représentation d'une population



- Effectif de la sous-population  $A$  :
- Effectif total :
- Proportion de  $A$  dans  $E$  :

Exemple 1 : La classe de 1<sup>ère</sup> STMG est une population dont les individus sont les élèves.

- 1) Quel est l'effectif total ?
- 2) Quel est l'effectif de filles dans la classe ?
- 3) Quel est la proportion de filles dans la classe ?

### Remarque :

- Une proportion est nombre compris entre 0 et 1.
- Une proportion est souvent exprimée sous forme de pourcentage.

### A retenir : Les proportions à connaître

- |          |               |
|----------|---------------|
| • 0 =    | • 0,333 ... = |
| • 1 =    | • 0.85 =      |
| • 0,5 =  | • 0.1 =       |
| • 0,25 = | • 0,01 =      |
| • 0,75 = | • 0,101 =     |



Remarque : La relation  $p = \frac{n}{N}$  permet, connaissant deux des trois nombres, de trouver le troisième.

Exemple 2 : En juillet 2013, la France compte 3,28 millions de chômeurs, pour une population active de 32 millions de personnes. Calculer le taux de chômage correspondant.

Exemple 3 : Dans un village de 720 habitants, le cinquième des habitants vivent de l'agriculture. Combien d'habitants sont concernés ?

Exemple 4 : Dans un lycée de 1100 élèves, le taux de réussite au bac est de 89%. Combien d'élèves ont obtenu leur diplôme ?

Exemple 5 : Lors des dernières élections présidentielles (2012, 2<sup>ème</sup> tour), 9 millions d'électeurs se sont abstenus, soit environ 20 % des inscrits. Combien de personnes étaient inscrites sur les listes électorales ?

Remarque : En Economie-gestion, certains « chiffres » expriment une proportion :  
Taux d'activité, taux de chômage, part de marché, cote de popularité, etc.



## 2 – Réunion, Intersection de sous-population

Définition 2 : Soient  $A$  et  $B$  deux sous-populations d'une population  $E$

- L'**intersection** de  $A$  et  $B$ , noté  $A \cap B$ , est constituée des individus qui sont dans  $A$  **et** dans  $B$  (à la fois dans l'un et l'autre).
- La **réunion** de  $A$  et  $B$ , noté  $A \cup B$ , est constituée des individus qui sont dans  $A$  **ou** dans  $B$  (au moins dans l'un des deux).
- On dit que  $A$  et  $B$  sont **disjoints** s'ils n'ont aucun individus en commun.

Figure 2 : Réunion et intersection

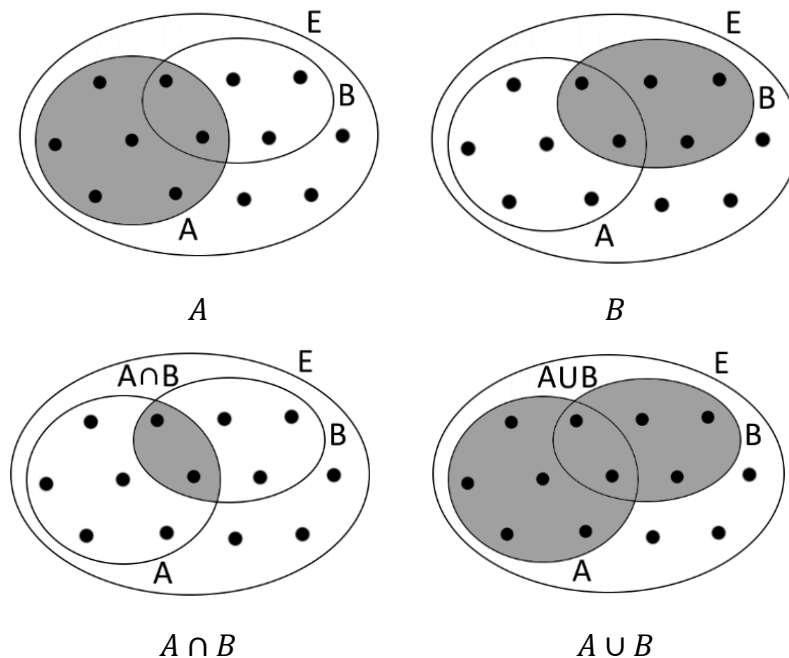
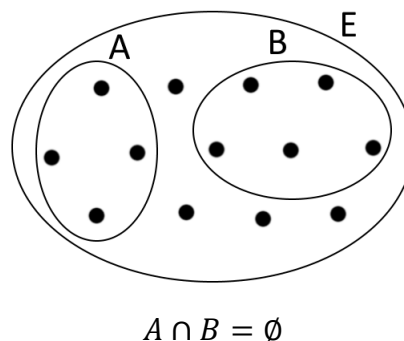


Figure 3 :  $A$  et  $B$  sont disjoints



Exemple 6 : Dans la classe de 1<sup>ère</sup> STMG

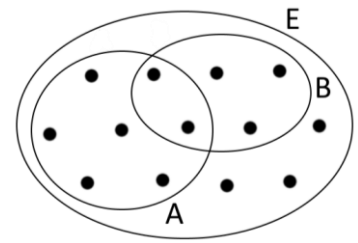
Soit  $A$  l'ensemble des garçons et  $B$  l'ensemble des élèves du premier rang.

- 1) Déterminer  $A \cap B$ .
- 2) Déterminer  $A \cup B$ .
- 3) Proposer un exemple de sous-populations disjointes.

**Activité 1 :** Le but de cette activité est de trouver une méthode pour compter les éléments de  $A \cup B$ .

1) Sur le schéma ci-contre

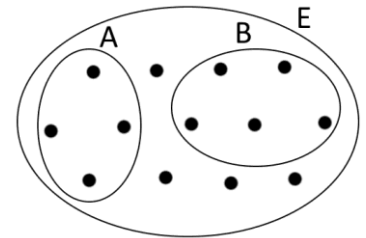
- a. Compter les éléments de  $A$ .
- b. Compter les éléments de  $B$ .
- c. Certains éléments ont été comptés deux fois. Lesquels ?
- d. En déduire une formule pour compter les éléments de  $A \cup B$  :



$$n_{A \cup B} = \dots\dots\dots$$

2) Dans le cas où  $A$  et  $B$  sont disjoints :

- a. Combien y'a-t-il d'éléments dans  $A \cap B$  ?
- b. Dans ce cas, que devient la formule précédente ?



$$n_{A \cup B} = \dots\dots\dots$$

**Propriété 2 :** Soient  $A$  et  $B$  deux sous-populations d'une population  $E$ .

- Les proportions de  $A$ ,  $B$ ,  $A \cap B$  et  $A \cup B$  sont liés par la relation :

$$p_{A \cup B} = p_A + p_B - p_{A \cap B}$$

- Dans le cas où  $A$  et  $B$  sont disjoints, la relation devient alors :

$$p_{A \cup B} = p_A + p_B$$

**Exemple 7 :** Une usine fabrique des ordinateurs portables. Un contrôle de la production a établi que :

- 15 % des appareils présentent un défaut sur l'écran.
- 10 % des appareils présentent un défaut sur le clavier.
- 2% des appareils présentent les deux défauts.

Quelle est la proportion d'appareil présentant au moins un défaut ?

**Exemple 8 :** Après un sondage dans un lycée, on a relevé que :

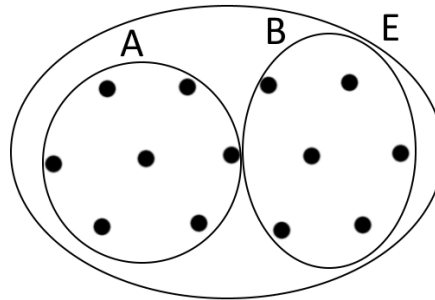
- 75 % des élèves pratiquent une activité sportive
- 50 % des élèves pratiquent une activité culturelle
- 90 % des élèves pratiquent au moins une activité sportive ou culturelle.

Quelle est la proportion d'élèves pratiquant les deux types d'activités ?

**Définition 3** : Deux sous-populations  $A$  et  $B$  forment une partition de  $E$  lorsque :

- $A$  et  $B$  sont disjoints :  $A \cap B = \emptyset$
- $A$  et  $B$  forment la totalité de la population :  $A \cup B = E$

**Figure 4** :  $A$  et  $B$  forment une partition de  $E$



**Exemple 9** : Dans la classe de 1<sup>ère</sup> STMG, si on note  $A$  l'ensemble des filles et  $B$  l'ensemble des garçons, alors  $A$  et  $B$  forment une partition de la population formée par les élèves de la classe.

1) Calculer la proportion  $p_A$  de filles et la proportion  $p_B$  de garçons dans la classe.

$$p_A =$$

$$p_B =$$

2) Calculer  $p_A + p_B$ .

3) Que remarque-t-on ?

**Propriété 3** : Si  $A$  et  $B$  forment une partition de  $E$  alors les proportions de  $A$  et  $B$  sont liés par la relation :

$$p_A + p_B = 1$$

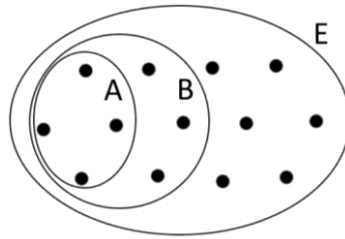
**Remarque** : La relation précédente permet, connaissant l'une des proportions, de connaître l'autre.

**Exemple 10** : Lors du référendum du 23 Juin 2016, le Brexit l'a emporté à 51,9% des voix. Quel pourcentage de britannique a voté pour le maintien dans l'Union Européenne ?



### 3 – Proportions échelonnées

**Définition 4** : Soient  $A$  et  $B$  deux sous-populations d'une population  $E$ . On dit que  $A$  est inclus dans  $B$ , et on note  $A \subset B$ , lorsque tous les individus de  $A$  sont aussi dans  $B$ .



**Exemple 11** : La population française est incluse dans la population européenne.

On note  $Français \subset Européen$ .

**Activité 2** : Proportion d'un gâteau

Lors d'un anniversaire, un invité demande le quart de la moitié du gâteau. Quelle proportion du gâteau entier aura-t-il ?



**Propriété 4** : Soient  $A$  et  $B$  deux sous-populations tel que  $A \subset B$ . La proportion  $p$  de  $A$  dans  $E$  est le produit de la proportion  $p'$  de  $A$  dans  $B$  et de la proportion  $p''$  de  $B$  dans  $E$ .

$$p = p' \times p''$$

**Exemple 12** : En 2011, les baccalauréats technologiques représentant 24% des baccalauréats (hors baccalauréats professionnels) et la section STMG représentent 38% des baccalauréats technologiques. Quel pourcentage de l'ensemble des baccalauréats représente la section STMG ?



## Proportion – Exercices

### Proportion d'une sous population

**1** En France il y a 24 millions de «ménages». Un « ménage » est constitué par une personne ou un groupe de personnes partageant le même logement et mettant en commun leurs revenus. Il y a 7,4 millions de « ménages » constitués d'une seule personne. Quelle proportion de l'ensemble des ménages cela représente-t-il ? Écrire le résultat sous forme de pourcentage.

**2** La TVA (Taxe sur la valeur ajoutée) est une taxe proportionnelle au prix hors taxe. Le taux de TVA actuellement en vigueur est de 20%<sup>1</sup>.

1) Le prix des articles suivants est donné hors taxes. Calculer le montant de la TVA puis en déduire le prix TTC :

- a. Un ordinateur portable à 549€
- b. Une voiture à 11 500€
- c. Un panier de course à 68,90 €

2) Ecrire un algorithme qui à partir du prix HT, calcule le prix TTC.

**3** Lors du premier tour des élections municipales d'une ville de 2500, il y a 40 % d'abstention.

1) Combien y a-t-il eu de votant ?

2) Après dépouillement des bulletins de votes on obtient les résultats suivants :

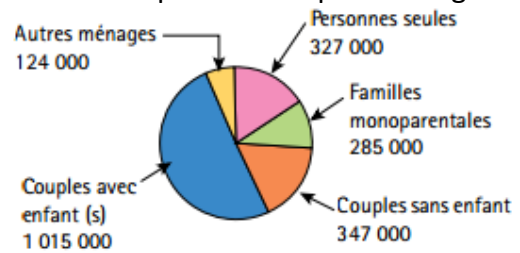
*Candidat A – 782 voix*  
*Candidat B – 535 voix*  
*Candidat C – 183 voix*

Exprimer en pourcentage le score de chaque candidat. Y aura-t-il un deuxième tour ?

**4** Au supermarché, un client achète un paquet de chips de 150 g qui contient 1,6 % de sel, et un paquet de lardons de 200 g qui contient 1,3 % de sel. Lequel de ces produits contient le plus de sel ?

**5** En France, les « prélèvements obligatoires<sup>2</sup> » s'élevaient en 2009 à 793 milliards d'euros soit 41% du PIB. Calculer le produit intérieur brut, en milliard d'euros, de la France en 2009.

**6** Le diagramme ci-dessous donne la répartition des ménages concernés par le chômage en 2001. Traduire cette répartition en pourcentages.



**7** Un groupe de 160 personnes ont accepté de servir de cobayes pour tester l'efficacité d'un vaccin. 70 % des personnes ont reçu le vaccin, tandis que les autres ont pris un placebo.

A l'issue de l'expérimentation :

- 1/5 des personnes ont eu la grippe.
- 1/8 des vaccinés ont eu la grippe.

1) Compléter le tableau suivant :

	Grippé	Non grippé	Total
Vaccin			
Placebo			
<b>Total</b>			

2) Parmi celles ont le pris le placebo. Quelle proportion de personnes a eu la grippe ?

**8 (Alcoolémie)** Pour représenter simplement la quantité d'alcool présente dans une boisson, on utilise souvent la mesure suivante : Une unité d'alcool correspond à 1,27 cl d'alcool pur.

1) Combien y a-t-il d'unités d'alcool dans

- a. 25 cl de bière à 4,5 %
- b. 12 cl de vin à 12,5 %
- c. 5 cl d'un digestif à 40 %.

2) 2 unités d'alcool correspondent environ à 0,50g/L d'alcool dans le sang, soit le taux d'alcoolémie maximal autorisé au volant. Déterminer quelle quantité des boissons précédentes peut-on boire avant de conduire ?

3) Une alcoolémie supérieure ou égale à 0,8 g/L est un délit<sup>3</sup>. Un conducteur imprudent consomme les 3 boissons précédentes avant de prendre la route. Que risque-t-il ?

<sup>1</sup> Depuis le 1<sup>er</sup> Janvier 2014. Il était auparavant de 19,6%.

<sup>2</sup> Ensemble des cotisations sociales des taxes et des impôts auxquels sont soumis les salariés, ménages et entreprises.

<sup>3</sup> Passible de deux ans d'emprisonnement et d'une amende pouvant atteindre 4 500 euros



## Intersection, Réunion

**9** Un club sportif a 150 adhérents, parmi lesquels 40 % sont inscrits à l'activité « Vélo », 50 % à l'activité « Natation » ; 10 % pratiquent ces deux activités. Les autres adhérents pratiquent un autre sport.

1) Déterminer le nombre d'adhérents de chaque catégorie suivante :

$V$  : « Vélo »

$N$  : « Natation »

$V \cap N$  : « Vélo et Natation »

2) Quel est le nombre d'adhérents pratiquant

a. Uniquement le vélo ?

b. Uniquement la natation ?

3) Quelle est la proportion d'adhérents pratiquant :

a. Au moins l'une des deux activités ?

b. Aucune des deux activités ?

**10** Une ville ne comporte que deux types de transport en commun : le tram et les bus. Lors d'un sondage 1100 personnes sont interrogés sur les moyens de transports qu'ils utilisent :

- 34 % des sondés déclarent utiliser le bus.
- 55 % des sondés déclarent utiliser le tram.
- 17 % des sondés déclarent utiliser les deux transports en commun.

1) En utilisant les résultats du sondage, donner une estimation de la proportion d'habitants de la ville utilisant les transports en communs.

2) Combien de sondés ont déclaré ne pas utiliser les transports en commun ?

**11** Une entreprise de commerce internationale, réalise un sondage sur les langues parlées par ses employés :

- 41 % des sondés déclarent parler le chinois
- 29 % des sondés déclarent parler le japonais
- 68 % des sondés déclarent maîtriser au moins l'une des deux langues.

Y'a-t-il des employés qui savent parler les deux langues en même temps ?

**12** Une urne contient des boules blanches, noires et rouges.

- Un quart des boules sont blanches
- Un tiers des boules sont noires

Quelle est la proportion de boules rouges dans l'urne ?

**13** Un laboratoire d'analyse étudie la santé d'une population de 240 souris. Parmi celles-ci,

- Le tiers est de couleur blanche ;
- 60 souris atteintes d'une maladie dont 25 sont de couleur noire.

1) Compléter le tableau suivant :

	Noires	Blanches	Total
Malade			
Sain			
Total			

2) On note  $B$  la sous-population des souris blanches,  $N$  celles des souris noires et  $M$  celles des souris malades. Ecrire à l'aide d'une phrase les sous-populations  $B \cup M$  et  $N \cap M$ .

3) Déterminer les proportions des sous-populations suivantes :

- a. Les souris blanches
- b. Les souris malades
- c. Les souris blanches et malades
- d. Les souris blanches ou malades.

4) La proportion de souris malades est-elle plus importante chez les souris blanches ou chez les souris noires ?

## Proportions échelonnées

**14** La population française représente 11,1 % de la population de l'union européenne. La France compte 51,45 % de femmes. Quelle est la proportion d'hommes français dans la population européenne ?

**15** Dans un magasin, un stock d'appareils est constitué pour 70 % d'appareils venant d'une usine A et pour 30 % d'appareils venant d'une usine B. Parmi les appareils venant de A, 20 % ont un défaut, alors que 10 % de ceux venant de B ont un défaut. Quel est, dans ce stock, le pourcentage d'appareils ayant un défaut ?

**16** Vous êtes un paysagiste dont la mission est d'aménager un terrain de 210 m<sup>2</sup> :

- Le tiers est en pelouse et le reste en jardin.
- Dans le jardin, il y a un quart de fleurs, 30m<sup>2</sup> de fraisiers, ainsi qu'un bassin rond qui occupe un cinquième de sa surface.

1) Réaliser un croquis du terrain (1 carreau=1m<sup>2</sup>).

2) Quelle est la proportion de la superficie des fleurs, du bassin et des fraisiers par rapport à la superficie totale du terrain ?

