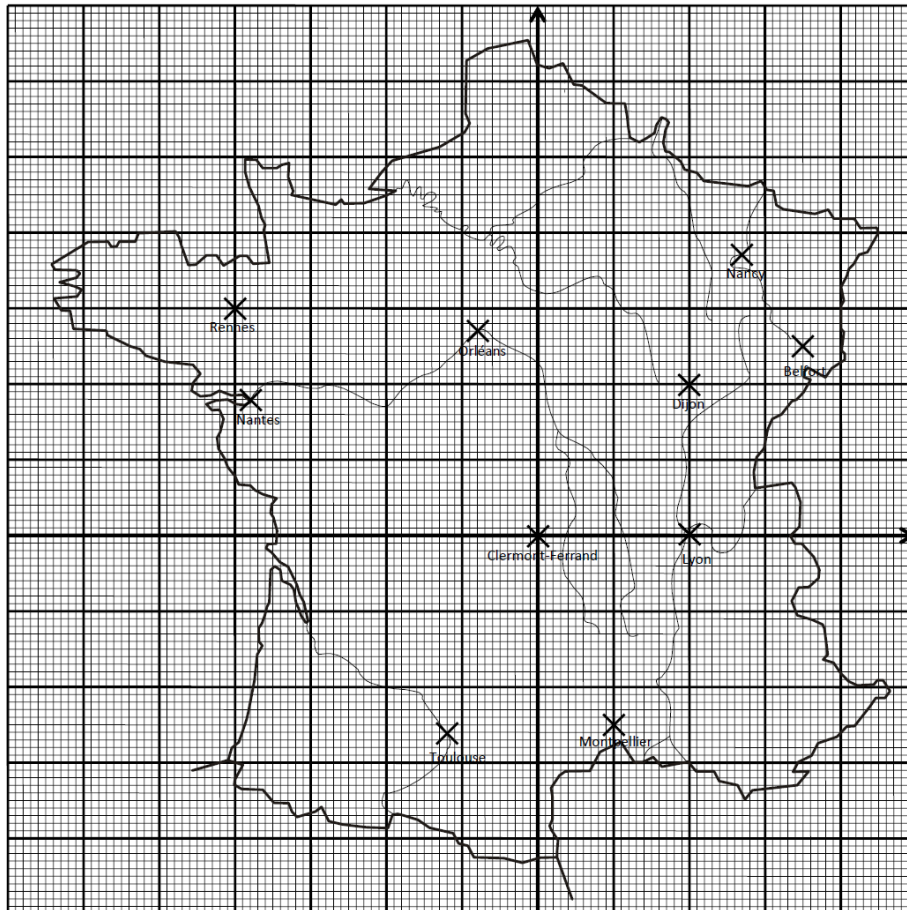


Repérage dans le plan - Activités

Activité 1 : Repérage et carte de France



Partie A : Repérage

Cette carte de France a été munie d'un repère.

- a. Quelle ville est l'origine de ce repère ?
b. Quelles sont ses coordonnées ?

2. Quelles sont les coordonnées de ces villes ?

- Lyon : (..... ;)
- Dijon : (..... ;)
- Belfort : (..... ;)
- Rennes : (..... ;)

3. Placer sur la carte les villes suivantes :

- Bordeaux : (-3 ; -1)
- Saint-Étienne : (+1,5 ; -0,5)
- Lille : (0 ; +6)
- Marseille : (+2,3 ; -3,1)

4. Quelles sont les coordonnées de ces villes ?

- Nancy : (..... ;)
- Montpellier : (..... ;)
- Nantes : (..... ;)
- Toulouse : (..... ;)
- Orléans : (..... ;)

5. Placer sur la carte les villes suivantes :

- Grenoble : (+2,6 ; -0,7)
- Nice : (+4,3 ; -2,3)
- Le Havre : (-2 ; +4,5)
- Paris : (-0,6 ; +4)
- Strasbourg : (+4,3 ; +3,7)
- Tours : (-1,7 ; +2)

Partie B : Echelle de la carte, Distance entre deux villes.

- La distance entre Lille et Clermont-Ferrand est de 540 km.
A quelle distance réelle correspond un carreau ?
- En déduire l'échelle géographique de cette carte de France.
- Quelle la distance entre Marseille et Paris ?
- Un avion de la compagnie AirFrance décolle de Marseille à 10h35 atterrit à 12h05 à Paris.
Sachant que l'avion en ligne droite, quelle la vitesse moyenne de l'avion sur ce trajet ?
- Quelle est la plus grande distance Nord-Sud de la France ?

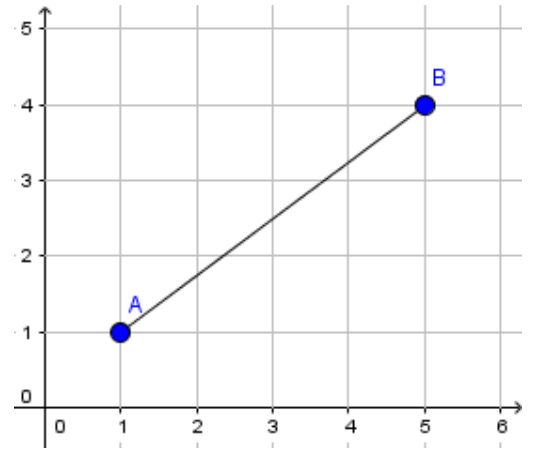
Partie C : Ville à mi-chemin.

- La ville de La Rochelle se trouve à mi-chemin entre Bordeaux et Nantes. Placer la ville de La Rochelle sur la carte.
- Orléans se trouve à mi-chemin entre Lille et Périgueux. Placer la ville de Périgueux sur la carte



Activité 2 : Calcul de la distance entre deux points.

1) Sur un exemple : Soit $A(1, 1)$ et $B(5, 4)$ deux points du plan.
Calculer la distance entre A et B (l'unité est le cm) ?



2) Cas général : Soit $A(x_A, x_B)$ et $B(y_A, y_B)$ deux points quelconques du plan.

a. Exprimer en fonction de x_A, x_B, y_A et y_B la longueur des segments en pointillé.

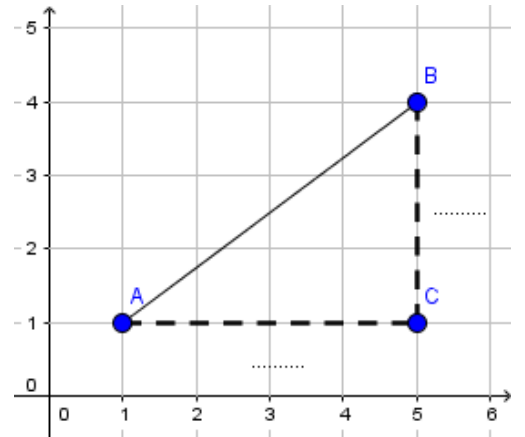
b. Compléter les phrases suivantes :

Le triangle ABC est

D'après

On a $AB^2 =$

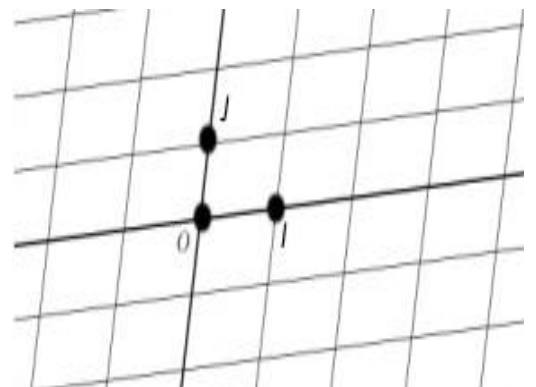
Donc $AB =$



Activité 3 : Dans un repère quelconque

On considère le repère (O, I, J) suivant, dans lequel l'unité de longueur est le centimètre : $OI = OJ = 1\text{cm}$.

- 1) Placer les points $A(-1; -2)$ et $B(3; 1)$
- 2) Mesurer la longueur AB .
- 3) Calculer la distance AB en utilisant la formule de la distance.
- 4) Que remarque-t-on ? Proposer une explication.



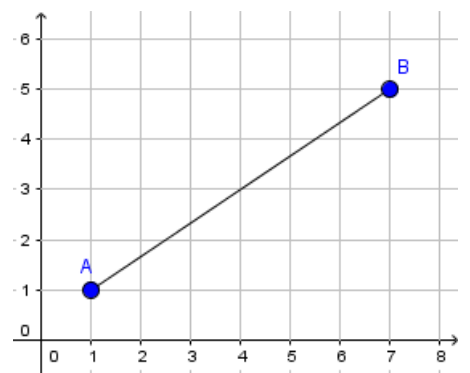
Activité 4 : Coordonnées du milieu d'un segment.

1) Sur un exemple : Soit $A(1, 1)$ et $B(7, 5)$ deux points du plan.
Quels sont les coordonnées du point I , milieu du segment $[AB]$?

2) Cas général : A partir de l'exemple précédent, essayer de trouver une formule générale, qui exprime les coordonnées de I en fonction de ceux de A et B .

$x_I =$

$y_I =$



Repérage dans le plan - Cours

1 – Repère du plan

Définition 1 : Un **repère du plan** est la donnée de 3 points **distincts** O, I et J , qui servent de référence pour situer les autres points du plan. Il est noté (O, I, J)

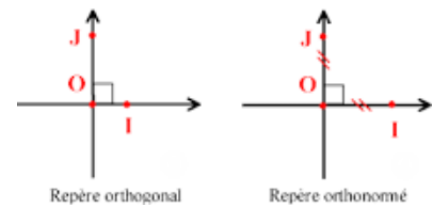
Vocabulaire :

- Le point O est appelé **l'origine du repère**
- La droite (OI) est appelée **l'axe des abscisses**
- La droite (OJ) est appelée **l'axe des ordonnées**



Remarque :

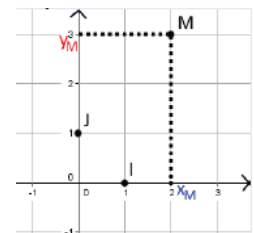
- Si $(OI) \perp (OJ)$, alors le repère est dit **orthogonal**.
- Si de plus $OI = OJ$ alors le repère est dit **orthonormé**.
- (O, I, J) est orthonormé $\Rightarrow (O, I, J)$ est orthogonal



A chaque point M du plan est associé un système de coordonnées :

- L'**abscisse** du point M noté x_M .
- L'**ordonnée** du point M noté y_M .

Le point M est alors noté $M(x_M ; y_M)$



2 – Distance entre deux points

Propriété 1 : Dans un repère **orthonormé**, la distance entre deux points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ du plan est donné par la formule : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(\leftrightarrow)^2 + (\updownarrow)^2}$.

Exemple 1 : Dans un repère orthonormé d'unité 1 cm , placer les points $A(4; -3)$ et $B(-2; 1)$. Calculer la distance AB puis vérifier à l'aide d'une règle graduée le résultat :

$$AB = \sqrt{(-2 - 4)^2 + (1 - (-3))^2} = \sqrt{(-6)^2 + 4^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} \approx 7,21 \text{ cm}$$

3 – Milieu d'un segment

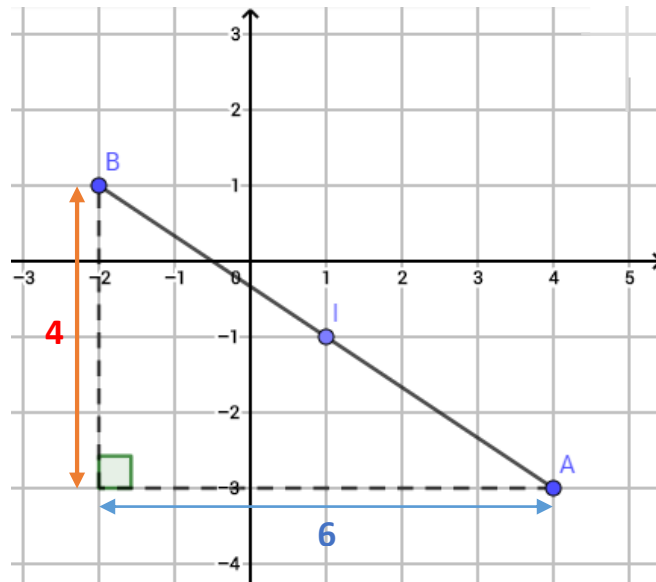
Propriété 2 : Dans un repère du plan, on considère les points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$. Le milieu I du segment $[AB]$ a alors pour coordonnées : $x_I = \frac{x_A + x_B}{2}$ et $y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$.

Exemple 2 : Dans le repère précédent, calculer les coordonnées du point I milieu du segment $[AB]$ puis placer ce point dans le repère :

$$x_I = \frac{4 + (-2)}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ et } y_I = \frac{-3 + 1}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \text{ donc } I(1; -1)$$



Figure de l'exemple 1 et 2 :



$$AB = \sqrt{6^2 + 4^2}$$

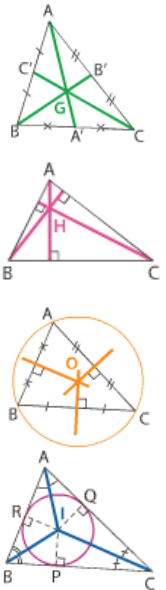


Annexe - Figures du plan

1 – Les triangles (Polygone à 3 côtés)

a. Droites et points remarquables

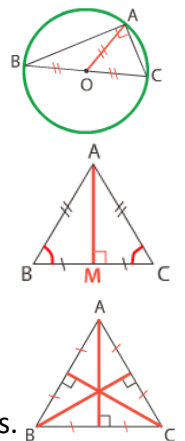
- La **médiane** issue d'un sommet est la droite passant par ce sommet et le milieu du côté opposé. Les 3 médianes se coupent en un point G appelé le **centre de gravité** du triangle. G est situé au $2/3$ de chaque médiane en partant du sommet.
- La **hauteur** issue d'un sommet est la droite passant par ce sommet et perpendiculaire au côté opposé. Les 3 hauteurs se coupent en un point H appelé l'**orthocentre** du triangle. L'orthocentre peut être situé en dehors du triangle.
- La **médiatrice** d'un segment est la droite qui coupe ce segment perpendiculairement et en son milieu. Les 3 médiatrices se coupent en un point O qui est le centre du **cercle circonscrit** au triangle. O est donc équidistant de chacun des sommets
- La **bissectrice** d'un angle est la droite coupant celui-ci en deux angles égaux. Les 3 bissectrices se coupent en un point I qui est le centre du **cercle inscrit** au triangle. I est équidistant de chacun des côtés.



Remarque : Le centre de gravité, l'orthocentre et le centre du cercle circonscrit sont alignés. La droite qui passe par ses 3 points s'appelle la **droite d'Euler**.

b. Triangles particuliers

- Le **triangle rectangle** qui possède un angle droit. Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le diamètre du cercle circonscrit.
- Le **triangle isocèle** qui possède deux côtés égaux. Dans un triangle isocèle les angles opposés au sommet principal sont égaux. Dans un triangle isocèle en A , la médiane issue de A est aussi hauteur, bissectrice et médiatrice.
- Le **triangle équilatéral** qui possède trois côtés égaux. Dans un triangle équilatéral, tous les angles sont égaux à 60° . Les médianes, hauteurs, bissectrices et médiatrices sont confondus. Le centre de gravité, l'orthocentre, le centre du cercle circonscrit et du cercle inscrit sont confondus.



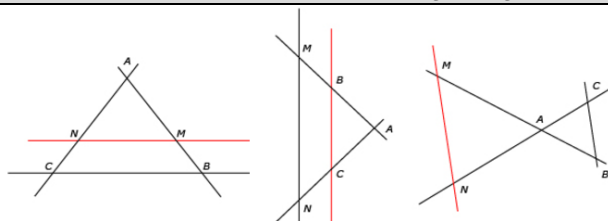
c. Théorèmes

Somme des angles : La somme des angles d'un triangle est égal à 180° .

Théorème de Pythagore : Un triangle ABC est rectangle en A si et seulement si $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

Théorème de Thalès : On considère un triangle ABC , M un point de (AB) et N un point de (AC) .

On a $(MN) \parallel (BC)$ si et seulement si on a l'égalité suivante : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

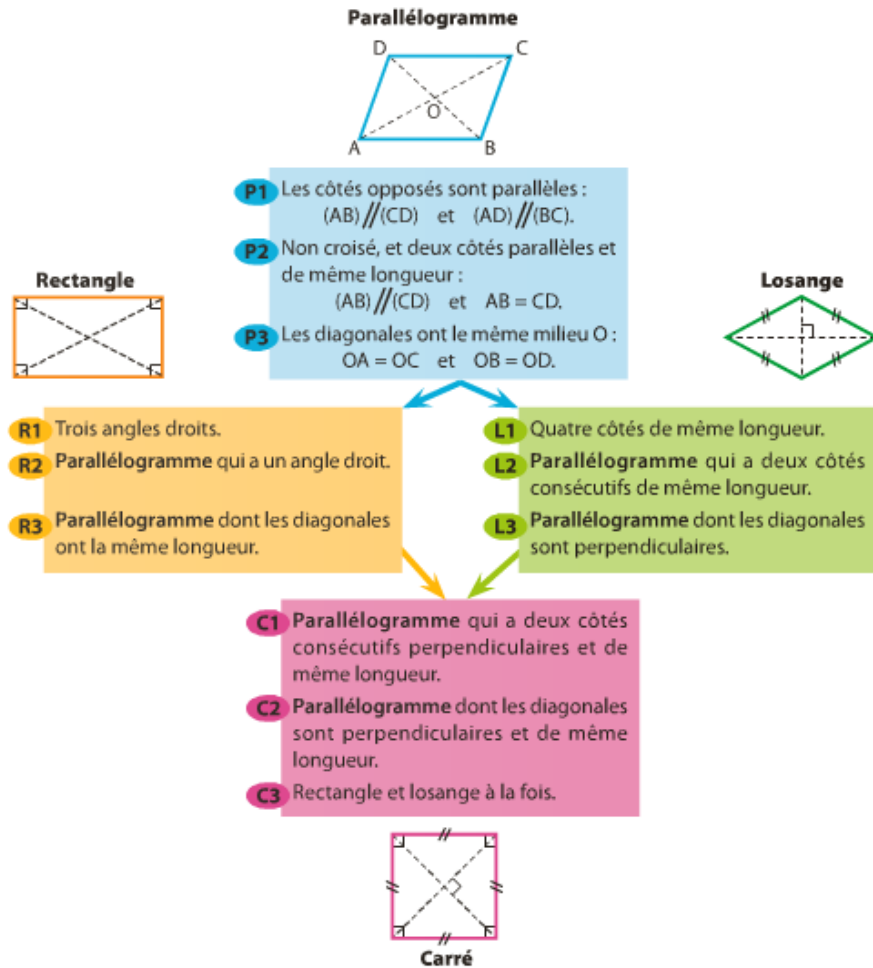


Les 3 configurations possibles du théorème de Thalès



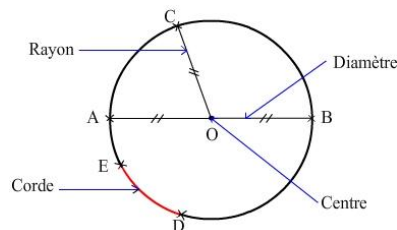
2 – Quadrilatères (Polygone à 4 côtés)

Les quadrilatères remarquables ainsi que leurs caractéristiques sont résumés dans le schéma suivant :



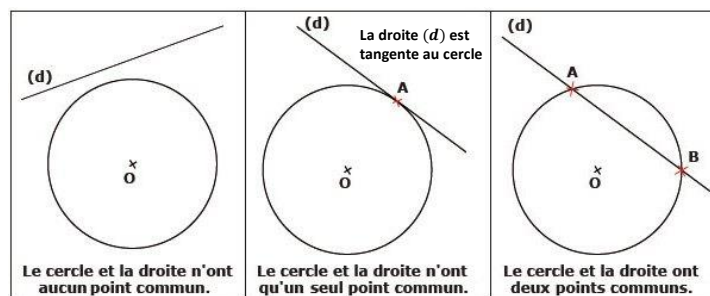
3 – Cercles

Définition : Un **cercle** C de centre O et de rayon r , est l'ensemble des points M tel que $OM = r$

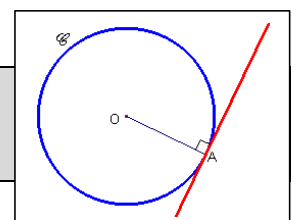


Définition : Une **tangente à un cercle** est une droite ayant un seul point commun avec le cercle.

Remarque : C'est donc une droite qui « frôle » le cercle en le touchant en un seul point.



Propriété : Une droite est tangente au cercle en A si et seulement si elle est **perpendiculaire** au rayon OA

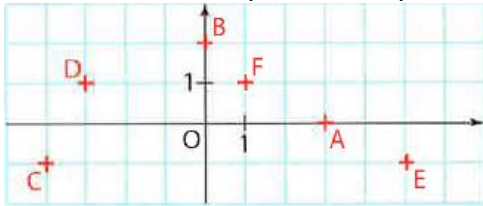


Repérage dans le plan - Exercices

Coordonnées d'un point

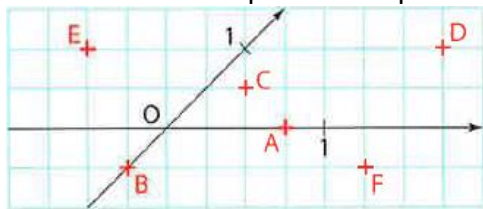
1 (Repère orthonormé)

Lire les coordonnées des points marqués.

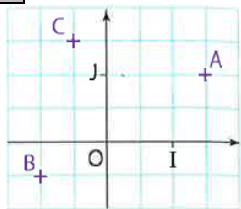


2 (Repère quelconque)

Lire les coordonnées des points marqués.



3 (Changement de repère)



1) Dans le repère (O, I, J) placer les points $D(1,5; 0)$, $E(-0,5; 2)$ et $F(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2})$.

2) Donner les coordonnées des points A, B et C dans le repère (D, I, A) .

Distance entre deux points

4 (Longueur d'un segment)

Dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité $1cm$,

- 1) Placer les points $A(2,5)$, $B(1; 3)$ $C(-3; 2)$ et $D(4, -1)$.
- 2) A l'aide d'une règle graduée, mesurer la longueur des segments $[AB]$ et $[CD]$
- 3) Vérifier les résultats précédents par le calcul.

5 (Calcul de distance)

Dans chacun des cas, calculer la distance AB

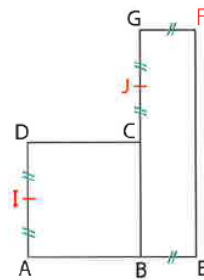
- a. $A(-5; -1)$ et $B(2; 1)$
- b. $A(2; -3)$ et $B(-1; 4)$
- c. $A(\frac{1}{4}; \frac{1}{5})$ et $B(-\frac{3}{4}; -\frac{2}{5})$
- d. $A(\frac{3}{5}; \frac{1}{4})$ et $B(\frac{1}{10}; \frac{1}{2})$

6 (Algorithmme)

- 1) Ecrire un algorithmme, qui prend en entrée les coordonnées de deux points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ et qui renvoie la distance AB .
- 2) Programmer-le sur votre calculatrice.

7 (Inégalité triangulaire)

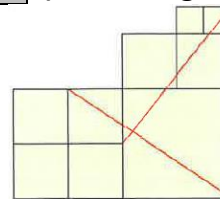
L'inégalité triangulaire est la propriété suivante :
Pour tous points A, B et C , on a $AC \leq AB + BC$, avec égalité si et seulement si A, B, C sont alignés.



La figure ci-contre est composé d'un carré et d'un rectangle

- 1) Dans le repère (A, B, D) donner les coordonnées des points de la figure.
- 2) Calculer IJ, JF et IF .
- 3) Les points I, J et F sont-ils alignés ?

8 (Assemblage de carrés)



La figure ci-contre est composée d'un assemblage de carré. Comparer les longueurs des segments tracés en rouge.

Milieu d'un segment

9 (Calcul du milieu)

Dans chacun des cas, calculer les coordonnées du point I milieu du segment $[AB]$.

- a. $A(-5; 8)$ et $B(3; 1)$
- b. $A(3; \frac{3}{2})$ et $B(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4})$
- c. $A(\sqrt{2}; -\sqrt{3})$ et $B(5\sqrt{2}; 2\sqrt{3})$

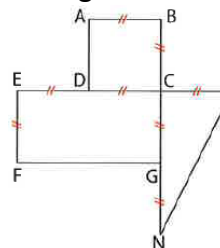
10 (Calcul du symétrique)

Dans chacun des cas, calculer les coordonnées du symétrique B du point A par rapport à I

- a. $A(-3; 1)$ et $I(4; 2)$
- b. $A(\frac{1}{2}; \frac{1}{4})$ et $I(3; -1)$

11 (Figure)

La figure ci-dessous est composée d'un carré, d'un rectangle et d'un triangle rectangle.



- 1) Dans le repère (C, M, B) donner les coordonnées des points de la figure.
- 2) Calculer les coordonnées du milieu I de $[MN]$ et du milieu de J de $[EI]$

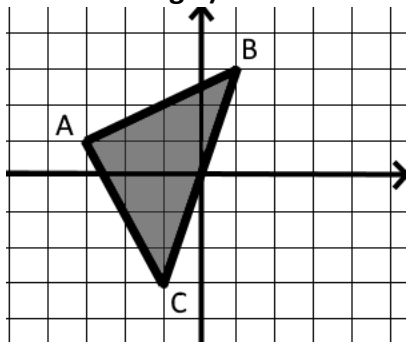
12 (Algorithmme)

- 1) Ecrire un algorithmme qui, à partir des coordonnées des points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$, renvoie les coordonnées du milieu du segment $[AB]$.
- 2) Programmer-le sur votre calculatrice.



Applications géométriques

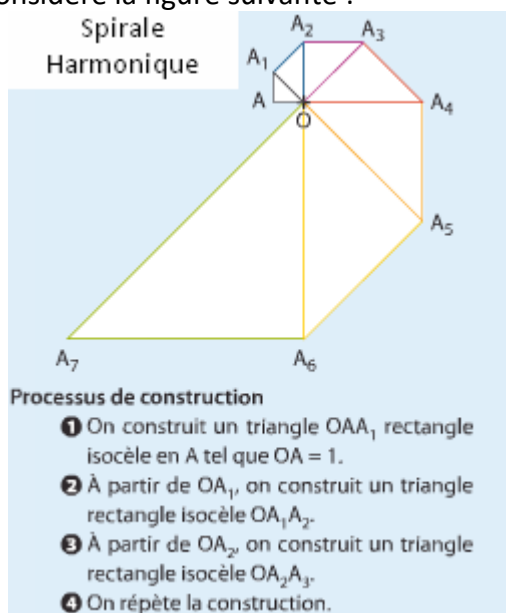
13 (Etude d'un triangle)



- 1) Quelle est la nature du triangle ABC ?
- 2) Déterminer les coordonnées du point G , centre de gravité du triangle ABC .
- 3) Calculer l'aire du triangle ABC .

14 (Spirale harmonique)

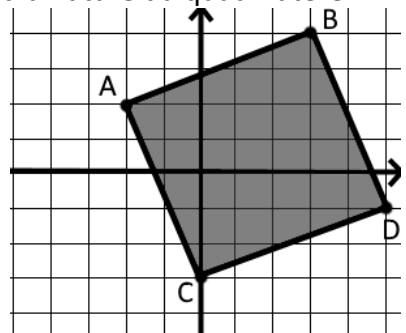
On considère la figure suivante :



- 1) Construire la spirale harmonique $AA_1 \dots A_7$ en prenant comme unité le centimètre.
- 2) Montrer que les points A , O et A_4 sont alignés.
- 3) On pose $A_0 = A$. Pour tout entier naturel n , quelle relation y'a-t-il entre la longueur OA_n et la longueur OA_{n+1} ?
- 4) Calculer la longueur de la spirale $AA_1A_2 \dots A_7$.

15 (Nature d'un quadrilatère)

Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$?



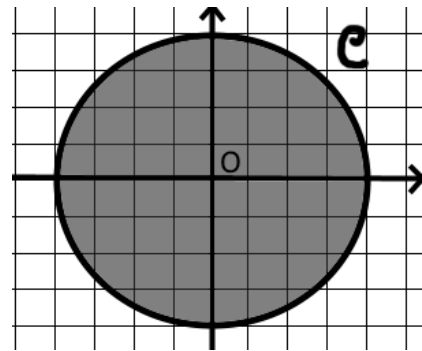
16 (Logique – Implication/Equivalence)

Dans chacun d'un cas, indiquer si $P \Rightarrow Q$, $Q \Rightarrow P$ ou $P \Leftrightarrow Q$.

- 1) P : $ABCD$ est un parallélogramme.
 Q : $ABCD$ est un losange.
- 2) P : $ABCD$ est un carré.
 Q : $ABCD$ est un rectangle.
- 3) P : $ABCD$ est un parallélogramme.
 Q : $[AC]$ et $[BD]$ ont même milieu.
- 4) P : $AC = BD$
 Q : $ABCD$ est un rectangle.

16 (Cercle)

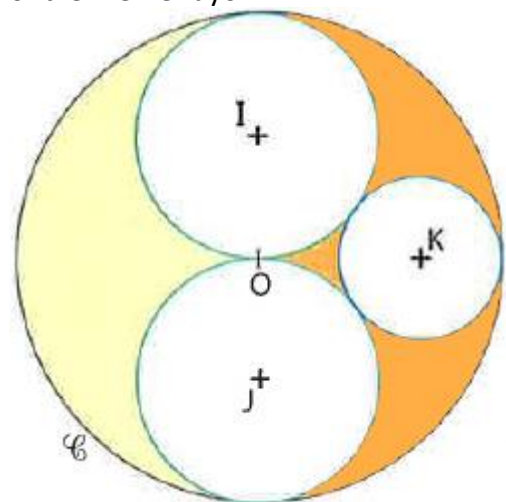
On considère le cercle \mathcal{C} de centre O et de rayon 4.



- 1) Le point $A(2; 2\sqrt{3})$ appartient-il au cercle \mathcal{C} ?
- 2) Placer le point A sur la figure, puis tracer la tangente au cercle \mathcal{C} en ce point.

17 (Cercle)

Sur cette figure \mathcal{C} est un cercle de centre O et de rayon 2 cm . Tous les cercles à l'intérieur de \mathcal{C} sont tangents deux à deux. Les deux cercles de centres I et J ont le même rayon.



- 1) Quelle est l'aire du petit cercle de centre K ?
Indice : Quelle est la nature du triangle IOK ?
- 2) Calculer l'aire de la surface jaunie.
- 3) Calculer l'aire de la surface orangée.



TP : Programmation des formules du cours sur calculatrice

A l'aide du mode « Programmation » de la calculatrice, nous allons écrire un programme permettant d'appliquer automatiquement la formule de la distance ainsi que celle des coordonnées du milieu.

- 1) Voici un programme qui permet de calculer automatiquement la distance entre deux points A et B à partir de leurs coordonnées.

TI	CASIO
<p>Appuyer sur la touche prgm puis NOUV puis appuyer sur entrer Taper le nom du programme : DISTAB, puis appuyer sur entrer PROGRAM :DISTAB :Input "XA=",A :Input "YA=",B :Input "XB=",C :Input "YB=",D :$\sqrt{((C-A)^2+(D-B)^2)}$→E :EffEcr :Output(1,1,"AB=") :Disp "",E</p>	<p>Dans la menu, choisir PRGM. Sélectionner NEW à l'aide des touches F1, F2, ... Taper le nom du programme : DISTAB, puis appuyer sur EXE =====DISTAB ===== "XA=" ?→ A ↵ "YA=" ?→ B ↵ "XB=" ?→ C ↵ "YB=" ?→ D ↵ $\sqrt{((C-A)^2+(D-B)^2)}$→ E ↵ "AB=" :E ▲</p>

- a. Ecrire ce programme sur votre calculatrice.
 - b. Exécuter-le avec les points $A(-1; 5)$ et $B(3; 2)$
- 2) Ecrire et programmer sur votre calculatrice un autre programme qui à partir des coordonnées des points A et B calcule les coordonnées du milieu I du segment $[AB]$.
 Tester votre programme avec les deux points précédents

TP : Programmation des formules du cours sur calculatrice

A l'aide du mode « Programmation » de la calculatrice, nous allons écrire un programme permettant d'appliquer automatiquement la formule de la distance ainsi que celle des coordonnées du milieu.

- 1) Voici un programme qui permet de calculer automatiquement la distance entre deux points A et B à partir de leurs coordonnées.

TI	CASIO
<p>Appuyer sur la touche prgm puis NOUV puis appuyer sur entrer Taper le nom du programme : DISTAB, puis appuyer sur entrer PROGRAM :DISTAB :Input "XA=",A :Input "YA=",B :Input "XB=",C :Input "YB=",D :$\sqrt{((C-A)^2+(D-B)^2)}$→E :EffEcr :Output(1,1,"AB=") :Disp "",E</p>	<p>Dans la menu, choisir PRGM. Sélectionner NEW à l'aide des touches F1, F2, ... Taper le nom du programme : DISTAB, puis appuyer sur EXE =====DISTAB ===== "XA=" ?→ A ↵ "YA=" ?→ B ↵ "XB=" ?→ C ↵ "YB=" ?→ D ↵ $\sqrt{((C-A)^2+(D-B)^2)}$→ E ↵ "AB=" :E ▲</p>

- a. Ecrire ce programme sur votre calculatrice.
 - b. Exécuter-le avec les points $A(-1; 5)$ et $B(3; 2)$
- 2) Ecrire et programmer sur votre calculatrice un autre programme qui à partir des coordonnées des points A et B calcule les coordonnées du milieu I du segment $[AB]$.
 Tester votre programme avec les deux points précédents

