

## Statistiques - Activités

Activité 1 : Pour chacune des 3 séries statistiques suivantes :

- 1) Déterminer la population, l'échantillon et le caractère étudié.
- 2) Réaliser un tableau d'effectifs et de fréquences
- 3) Représenter la série statistique en utilisant un graphique approprié

Série 1 : La couleur des yeux des Français.



On a relevé ci-dessous la couleur des yeux de 30 français. Légende : M=Marron, B=Bleu, V=Vert.

Données : M; B; M; B; B; B; V; M; M; M; M; B; B; M; V; M; M; B; B; B; M; V; V; M; M; M; M; V; B; M

Série 2 : Les notes de la classe



Voici les notes d'une classe de 20 élèves pour un DS de maths.

Données : 14 ; 8 ; 8 ; 10 ; 9 ; 14 ; 10 ; 11 ; 11 ; 11 ; 12 ; 9 ; 8 ; 13 ; 9 ; 11 ; 9 ; 10 ; 14 ; 13 ;

Série 3 : La taille des nouveaux nés



Voici le relevé de la taille des 12 bébés nés le jour de Noël dans une maternité de La Rochelle

Données (en cm) : 47,8 ; 50,2 ; 49,0 ; 46,7 ; 52,1 ; 50,8 ; 47,9 ; 48,3 ; 52,4 ; 53,4 ; 50,9 ; 51,7.



## Activité 2 : Pointures de chaussures.

### 1) Construction d'une série statistique

Construire une série statistique regroupant les pointures de chaussures des élèves de la classe.

### 2) Description de la série

- Quelle est la population étudiée ? L'échantillon prélevé ? Est-il représentatif de la population ?
- Quelle est le caractère étudié ? Quel est l'ensemble des valeurs prises par le caractère ?
- Le caractère est-il qualitatif ou quantitatif ? Discret ou continu ?

### 3) Effectifs & Fréquences

- Réaliser un tableau d'effectifs et de fréquences de la série.
- Déterminer les effectifs cumulés croissants et fréquences cumulées croissantes de la série.

### 4) Représentation graphique

- A l'aide d'un nuage de points représenter les effectifs de chaque pointure.
- A l'aide d'un diagramme en bâton, représenter les fréquences de chaque pointure.

### 5) Mesures statistiques

- Calculer la pointure moyenne de la série.
- Ranger les valeurs de la série dans l'ordre croissant.
- Déterminer la valeur de la série qui sépare la série en 2 parties égales.
- Déterminer la plus petite valeur  $Q_1$  tel qu'au moins 25% des valeurs soit inférieures ou égales à  $Q_1$ .
- Déterminer la plus petite valeur  $Q_3$  tel qu'au moins 75% des valeurs soit inférieures ou égales à  $Q_3$ .

### 6) Calculatrice

Retrouver l'ensemble de ces paramètres statistiques à l'aide de la calculatrice.

## Activité 3 : Radar automatique

Dans une agglomération, un radar automatique a relevé les vitesses de 100 véhicules.

<b>Classes</b>	<b>]30; 40]</b>	<b>]40; 50]</b>	<b>]50; 60]</b>	<b>]60; 70]</b>	<b>]70; 80]</b>	<b>Total</b>
<b>Effectifs</b>	18	45	25	8	4	100
<b>Fréquences</b>						
<b>E.C.C</b>						
<b>F.C.C</b>						

- Quel est le caractère étudié ? Est-il qualitatif ou quantitatif ? Discret ou continu ?
- Compléter le tableau ci-dessus.
- Quelle est le pourcentage d'automobiliste en excès de vitesse ?
- A l'aide d'un histogramme représenter la série statistique.
  - Tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes
- A l'aide de la courbe précédente donner une approximation :
  - De la médiane
  - Du premier quartile  $Q_1$  et du troisième quartile  $Q_3$ .



# Statistiques - Cours

## 1 – Généralités

Une **série statistique** est un ensemble de données que le statisticien cherche à décrire quantitativement.

### a. Vocabulaire statistique

- **Population** : Ensemble que l'on étudie et dont chaque élément est appelé **individu**.
- **Échantillon** : Partie de la population que l'on observe.
- **Caractère** : Propriété observée dans la population. Un caractère est dit **quantitatif** si les valeurs prises par le caractère sont numériques et **qualitatif** sinon. Un caractère quantitatif est dit **discret** s'il ne prend qu'un nombre fini de valeurs, et **continu** s'il peut prendre à priori toutes les valeurs d'un intervalle.
- **Classe** : Ensemble des individus correspondant à une même valeur, ou à un même intervalle de valeurs.

### b. Effectifs & Fréquences

On considère une série statistique divisée en  $p$  classes.

#### Définition 1 :

- L'**effectif**  $n_i$  d'une classe  $C_i$  est le nombre d'éléments qu'elle contient.
- L'**effectif total**, noté  $N$ , est la taille de la population (ou de l'échantillon considéré).
- La **fréquence**  $f_i$  d'une classe  $C_i$  est la proportion d'individu qu'elle contient :  $f_i = \frac{n_i}{N}$

Remarque : Lorsque le caractère est quantitatif on peut ranger ses valeurs dans l'ordre croissant. On peut alors parler d'**Effectif cumulé croissant** (ECC) et de **Fréquence cumulée croissante** (FCC).

#### Propriété 1 :

- On a  $N = n_1 + \dots + n_p$
- La somme des fréquences vaut 1 :  $f_1 + \dots + f_p = 1$

### c. Représentation graphique

Divers **graphiques** permettent d'illustrer une série statistique. Ils permettent de représenter et de l'effectif ou la fréquence de chacune des classes.

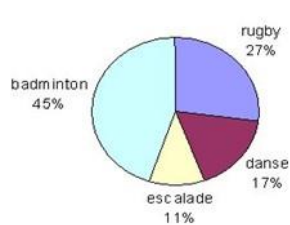
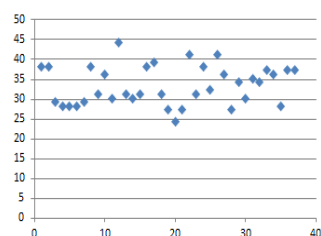
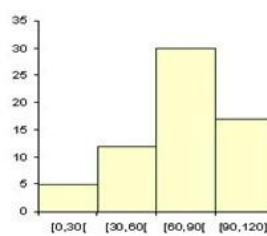


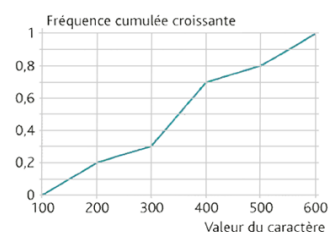
Diagramme circulaire



Nuage de points



L'histogramme



La courbe des fréquences cumulées



## 2 – Mesures statistiques

### a. Moyenne

**Définition 2 :** La **moyenne** d'une série prenant  $p$  valeurs différentes  $x_1, \dots, x_p$  avec les effectifs  $n_1, \dots, n_p$  est le nombre :  $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + \dots + n_px_p}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i x_i$ .

**Exemple 1 :** Alice a eu les notes suivantes en mathématiques au 1<sup>er</sup> trimestre : 12 ; 16 ; 8 ; 10 ; 12 ; 10.

$$\bar{x} = \frac{1 \times 8 + 2 \times 10 + 2 \times 12 + 1 \times 16}{6} = \frac{68}{6} \cong 11,34. \text{ La moyenne d'Alice est de } 11,34.$$

**Remarque :** Lorsque les données sont rangées en classe de valeur on utilise le **centre** de chaque classe.

### b. Médianes, Quartiles

On considère une série statistique prenant  $N$  valeurs rangées par **ordre croissant**.

**Exemple 2 :** On a étudié la peinture de deux classes de Seconde.

1) 

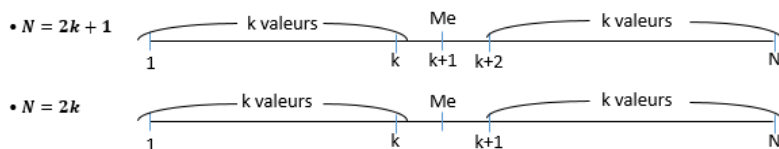
Pointure	37	38	39	40	41	42	43	44	45
Effectifs	1	2	1	2	4	5	7	10	3

2) 

Pointure	36	37	38	39	40	41	42	43	44
Effectifs	2	4	4	3	3	2	1	0	1

**Définition 3 :** La **médiane** est une valeur qui sépare la série en deux parties égales :

- Si  $N$  est impair ( $N = 2k + 1$ ), alors la médiane est la  $k + 1^{\text{ème}}$  valeur de la série.
- Si  $N$  est pair ( $N = 2k$ ), alors la médiane est la moyenne entre la  $k^{\text{ème}}$  et la  $k + 1^{\text{ème}}$  valeur de la série.



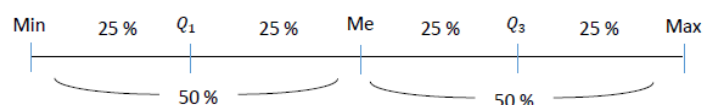
**Exemple 2 (Suite) :** Calculer la médiane des deux séries de peinture

1)  $N = 35 = 2 \times 17 + 1$  est impair. La médiane est la 18<sup>e</sup> valeur :  $Me = 43$ .

2)  $N = 20 = 2 \times 10$  est pair. La médiane est la moyenne entre la 10<sup>e</sup> et 11<sup>e</sup> valeur :  $Me = \frac{38+39}{2} = 38,5$ .

**Définition 4 :**

- Le **premier quartile**, noté  $Q_1$ , est la plus petite valeur de la série tel qu'au moins 25% des valeurs de la série soit inférieures ou égales à  $Q_1$ .
- Le **troisième quartile**, noté  $Q_3$ , est la plus petite valeur de la série tel qu'au moins 75% des valeurs de la série soit inférieures ou égales à  $Q_3$ .



**Exemple 2 (Suite) :** Calculer les quartiles des deux séries de peinture.

1)  $\frac{1}{4} \times 35 = 8,75$  donc  $Q_1$  est la 9<sup>e</sup> valeur :  $Q_1 = 41$ .  $\frac{3}{4} \times 35 = 26,25$  donc  $Q_3$  est la 27<sup>e</sup> valeur :  $Q_3 = 44$ .

2)  $\frac{1}{4} \times 20 = 5$  donc  $Q_1$  est la 5<sup>e</sup> valeur :  $Q_1 = 39$ .  $\frac{3}{4} \times 20 = 15$  donc  $Q_3$  est la 15<sup>e</sup> valeur :  $Q_3 = 40$



Statistiques à une variable	Calcul des paramètres Statistiques	CASIO GRAPH 35 +
--------------------------------	------------------------------------	---------------------

?

Déterminer les paramètres de la série statistique :

?

Valeurs	0	2	3	5	8
Effectifs	16	12	28	32	21

**Accès au mode statistique**

Touche **MENU** icône puis appuyer sur **EXE**.

→ Si les listes ne sont pas vides les effacer.  
Voir paragraphe « Effacement des données ».

**Entrée des données**

Mettre les valeurs dans une liste, par exemple L1.

Touche **EXE** pour passer à la ligne suivante.

Mettre les effectifs dans une autre liste, par exemple L2.

→ Il est possible de se déplacer dans les listes à l'aide des flèches.

**Affichage des résultats**

Touche **MENU**.

Choisir **STAT**.

Sélectionner **CALC** (Touche **F2**) puis **SET** (touche **F6**).

**1 Var Xlist** :List 1 (touche **F1**)

**1 Var Freq** :List 2 (touche **F3**)

Appuyer sur **EXE** puis choisir **1 Var** (touche **F1**).

On peut lire :

- la moyenne  $\bar{x}$
- la somme des données  $\Sigma x$
- la somme des carrés des données  $\Sigma x^2$
- l'écart type  $\sigma_n$
- l'effectif total  $n$

Flèche pour faire défiler la suite des résultats.

On peut lire :

- la valeur minimum **minX**
- le 1<sup>er</sup> quartile **Q1**
- la médiane **Med**
- le 3<sup>ème</sup> quartile **Q3**
- la valeur maximum **maxX**
- le mode **Mod**

**Effacement des données**

Instruction **QUIT** (touches **SHIFT** **EXIT**). Placer le curseur sur le nom de la liste à effacer, par exemple L2.

Taper (touche **F6**), puis **DEL-A** (touche **F4**).

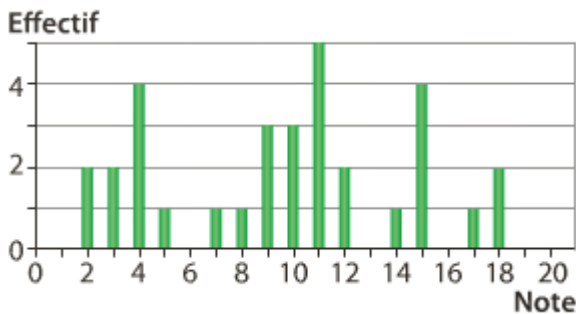
Confirmer par **YES** (touche **F1**).



# Statistiques - Exercices

## 1 (Notes d'une classe)

Le diagramme en bâtons ci-dessous indique les résultats d'une classe de Seconde à un DS commun de mathématiques.



- 1) Quel est l'effectif total de la classe ?
- 2) Quel est l'étendue de la série de notes ?
- 3) Calculer la moyenne de la classe (à 0.01 près).
- 4) Quel est le pourcentage d'élèves ayant eu une note inférieure ou égal à 10/20.

## 2 (Saut en hauteur)

Lors d'une épreuve de saut en hauteur, on a relevé les résultats des participants.  $h$  désigne la hauteur maximale franchie (en  $cm$ ) par les participants et  $f$  la fréquence.

$h$	130	135	140	145	150	155	160	165
$f$	6 %	10 %	15 %	21 %	22 %	12 %	6 %	8 %

- 1) Calculer la hauteur moyenne  $\bar{h}$  franchie.
- 2) Quel est le pourcentage de participant ayant franchi au moins  $1m50$  ?
- 3) Représenter cette série statistique à l'aide d'un diagramme en bâtons

## 3 (Saut en hauteur)

Le tableau ci-dessous indique le prix en euros du litre de Gazole en Septembre 2009 sur un échantillon de Station-service.

Prix (en €)	$[0,88; 0,92[$	$[0,92; 0,96[$	$[0,96; 1[$	$[1; 1,04[$
Fréquence	6 %	7 %	26 %	15 %

Prix (en €)	$[1,04; 1,08[$	$[1,08; 1,12[$	$[1,12; 1,16[$	$[1,16; 1,20[$
Fréquence	5 %	21 %	15 %	5 %

- 1) Calculer le prix moyen  $\bar{x}$  du Litre de Gazole dans l'échantillon considéré
- 2) Représenter cette série statistique à l'aide d'un histogramme.

## 4 (Notes d'une classe)

Le tableau ci-dessous donne la répartition des salaires dans une entreprise.

Salaire	900	1100	1300	1500	1700	1900	2100
Effectif	12	10	20	18	12	13	5
Salaire	2300	2500	2700	2900	3100	3300	3500
Effectif	3	12	5	7	10	0	6
Salaire	3700	3900	4100	4300	4500	<b>Total</b>	
Effectif	5	0	0	0	1	<b>139</b>	

- 1) Calculer le salaire moyen dans cette entreprise
- 2) Déterminer le salaire médian ainsi que les quartiles de cette série.

## 5 (Maternité)

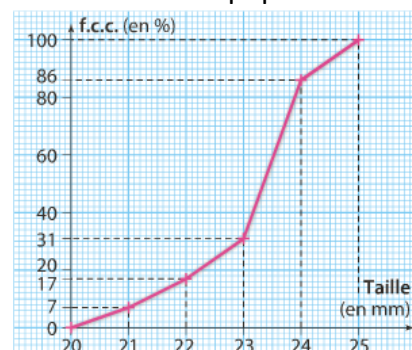
Dans une maternité, la masse à la naissance des bébé a été résumé dans le tableau suivant :

Masse (en kg)	$[2; 2,5[$	$[2,5; 3[$	$[3; 3,5[$	$[3,5; 4[$	$[4; 4,5[$
Effectif	21	372	942	525	70

- 1) Calculer la fréquence de chaque classe.
- 2) Réaliser le tableau des f.c.c. de cette série.
- 3) Tracer la courbe des f.c.c.  
(Unités :  $1kg \leftrightarrow 5 cm$  et  $10\% \leftrightarrow 1 cm$ )
- 4) Utiliser le graphique précédent pour compléter les phrases suivantes :
  - a. 75% des bébés pèsent moins de ...
  - b. La moitié des bébés pèsent plus de ...
  - c. Le pourcentage de bébés qui pèsent entre  $3 kg$  et  $3.8 kg$  est voisin de ...

## 6 (Frelons)

On a relevé la taille d'une population de frelons.



- 1) Quel est le pourcentage de frelons mesurant :
  - a. Moins de  $22 mm$
  - b. Plus de  $24 mm$
- 2) Estimer graphiquement la valeur de la médiane et des quartiles de cette série.
- 3) Compléter le tableau des fréquences suivant :

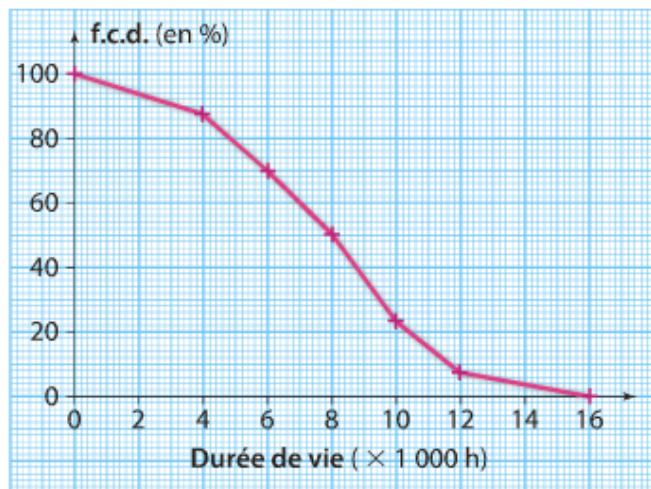
Taille dans	$[20; 21[$	...	...	...	...
Fréquence	7 %	...	...	...	...

- 4) Quel est la taille moyenne d'un frelon de l'échantillon ?



### 7 (Durée de vie ampoule)

Un test de durée de vie sur un lot d'ampoules basse consommation est résumée par la courbe des fréquences cumulées décroissantes (f.c.d) suivante :



Utiliser la courbe pour répondre aux questions :

- 1) Quel est le pourcentage d'ampoules dans le lot a une durée de vie supérieure à 10 000h ?
- 2) Est-il exact que 30% des ampoules ont une durée de vie inférieure à 6000h ?
- 3) Estimer le pourcentage d'ampoules dont la durée de vie est comprise entre 5 000 h et 11 000 h
- 4) Commenter l'affirmation du fabricant :  
« La durée de vie moyenne pour ce type d'ampoules est de de 8 000 h »

### 8 (Rythme cardiaque)

Lors d'une séance de travaux pratique, on a relevé le rythme cardiaque d'une classe de 1<sup>ère</sup> au repos, puis après un effort physique.

#### Au repos

81	73	73	86	69
85	77	76	71	78
82	94	89	91	84
88	71	76	70	91
84	86	83	76	72
77	74	70	86	85

#### Avec effort

109	94	105	111	89
127	109	126	111	99
128	114	106	119	130
105	107	121	103	139
135	121	89	101	124
112	105	89	103	121

- 1) A l'aide de votre calculatrice, afficher les principaux paramètres de ces deux séries statistiques.
- 2) Comparer ces deux séries statistiques.

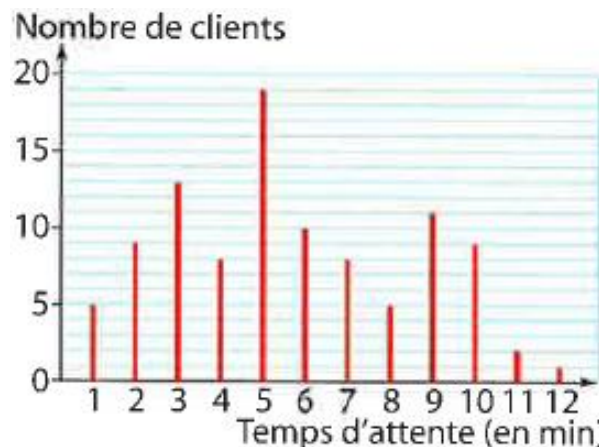
### 9 (Temps d'attente)

Un directeur de supermarché décide d'étudier le temps d'attente aux caisses. Pour cela, il note le Lundi et le Vendredi, les temps d'attentes en minutes entières de ses clients.

#### Echantillon du Lundi

Temps d'attente en caisse (en min)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de clients	14	13	23	9	14	8	12	4	1	2

#### Echantillon du Vendredi



- 1) A l'aide de votre calculatrice, donner les principaux paramètres statistiques (moyenne, médiane, quartiles) de ces deux échantillons.
- 2) Vrai ou Faux ? Justifier.
  - a. Le vendredi, au moins un quart des clients attendent au plus 3 minutes en caisse.
  - b. Le lundi, plus de la moitié des clients attendent plus longtemps que le temps moyen.
  - c. Le vendredi au moins  $\frac{3}{4}$  des clients attendent moins de 7 min
  - d. Le Lundi environ la moitié des clients attendent entre 2 et 6 minutes.

### 10 (Moyenne de la classe)

Dans une classe il y a 7 internes, 12 demi-pensionnaires et 10 externes. La moyenne du 1<sup>er</sup> trimestre est de 11.2 pour les internes, 10.8 pour les demi-pensionnaires et de 10.4 pour les externes. Quel est la moyenne de la classe ?

### 11 (Moyenne de trois nombres)

La moyenne de trois nombres  $a$ ,  $b$  et  $c$  est 29.

La moyenne de  $a$  et  $b$  est 22.

La moyenne de  $b$  et  $c$  est 39.5

Quels sont ces trois nombres ?



## Problèmes

### 12 (Service de livraisons)



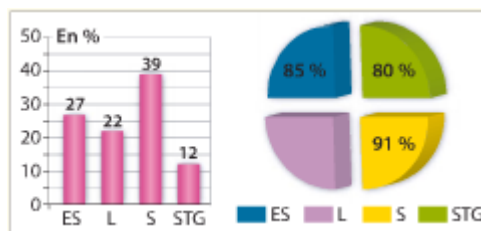
Voici le détail des livraisons effectués par une grande surface de meubles au cours de l'année. Le gestionnaire étudie l'équilibre budgétaire du service des livraisons.

Distance (en km)	Nombre de livraisons
$[0; 5[$	50
$[5; 10[$	250
$[10; 15[$	500
$[15; 20[$	800
$[20; 25[$	700
$[25; 30[$	650
$[30; 35[$	320
$[35; 60[$	230

- 1) Actuellement il est facturé au client seulement un forfait de 18€ par livraison et le gestionnaire estime que le coût du kilomètre est de 0.95€
  - a. Calculer l'effectif total puis en déduire la recette du service de livraison
  - b. Estimer le coût total engagé pour assurer toutes les livraisons.
  - c. Montrer que le service des livraisons est déficitaire
- 2) Le gestionnaire décide donc de regrouper les livraisons en trois classes :  $[0; 15[$ ,  $[15; 30[$  et  $[30; 60[$ . Le forfait sera de 17€ pour la première tranche et de 21€ pour la deuxième tranche.  
Quel forfait minimal (en euros entiers) faut-il fixer pour les livraisons éloignées afin que le service des livraisons soit bénéficiaire ?

### 13 (Taux de réussite au bac)

Dans un lycée, le proviseur annonce un taux moyen de réussite au bac de 86.52%. La répartition des élèves suivant les diverses sections est illustrée par le diagramme en barres et le taux de réussite au bac par le diagramme éclaté ci-dessous.



Les taux de réussite en ES, S et STG (ancienne filière STMG) sont respectivement de 85, 91 et 80. Quel est le taux de réussite en série L ?

