Chapitre 5 : Suites numériques

Activité 1 (Listes de nombres) :

Compléter chacune des listes suivantes, puis expliquer à l'aide d'une formule comme celles-ci sont construites. Êtes-vous capable de donner le centième nombre de la liste ?

Liste 1 : 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9

Liste 2 : 0 ; 7 ; 14 ; 21 ; 28

Liste 3 : 0 ; 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25

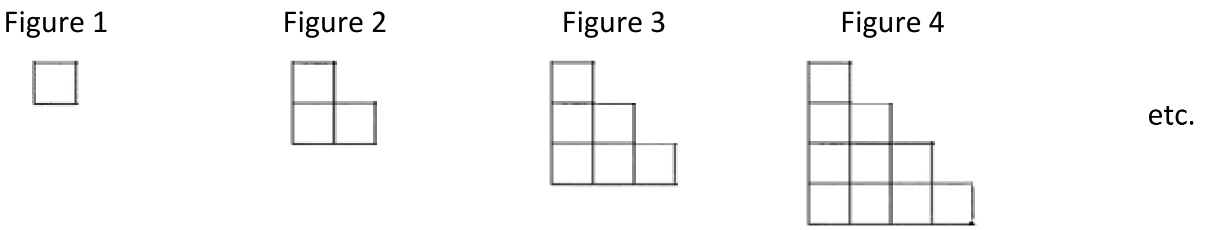
Liste 4 : 1 ; 3 ; 9 ; 27 ; 91

Liste 5 : 1 ; 3 ; 7 ; 15 ; 31 ; 63

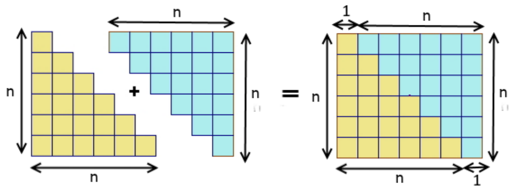
Liste 6 : 1 ; 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 11 ; 16

Liste 7 : 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13

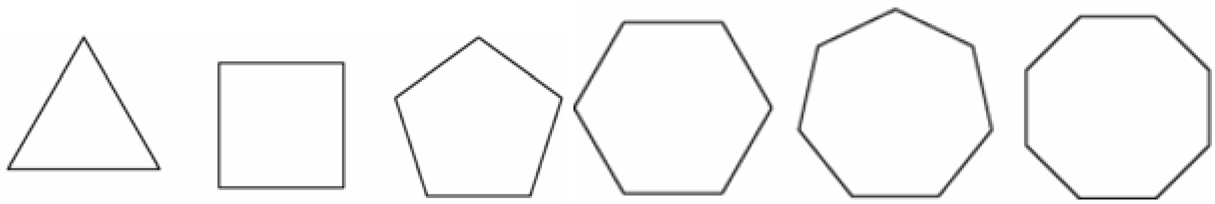
Activité 2 (Suite de carreaux) : On note c_n le nombre de carreaux dans la figure numéro n.



1) Déterminer $c_1\ c_2\ c_3\ c_4\ c_5$
2) Compléter la suite de nombre $(c_n) = (1\,;3\,;6\,;10\,;\quad;\quad;\quad;\quad;\quad;\quad;\ldots)$
3) Quelle est la relation entre un terme et le suivant ?
4) A l'aide du dessin ci-contre exprimer c_n en fonction de n.
5) Combien y a-t-il de carreaux dans la figure n°100 ?



Activité 3 (Diagonales) : Pour tout $n \geq 3$, on note d_n le nombre de diagonales dans un polygone à n côtés.



1) Déterminer $d_3\ d_4\ d_5\ d_6$
2) Compléter la suite de nombre $(d_n) = (\,0\,;\ 2\,;\ 5\ \ ;\quad;\quad;\quad;\quad;\quad;\quad;\quad;\ldots)$
3) En déduire le nombre de diagonale d'un décagone ?
4) Combien y a-t-il de diagonales dans un polygone à 100 côtés ?

1 – Généralités

a. La notion de suite

Rappel : On note $\mathbb{N}$ l'ensemble des entiers naturels, c'est-à-dire $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; \ldots\}$

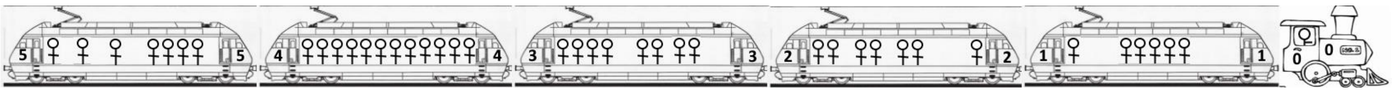
Définition 1 : Une **suite numérique**, notée (u_n), est une fonction définie sur $\mathbb{N}$ (ou une partie de $\mathbb{N}$). L'image d'un entier naturel n est notée u_n et est appelée le **terme de rang** n.

Remarque :

● Une suite est une fonction dont la **variable** n est un entier positif ou nul.

● On peut voir une suite comme une **liste indexée** de nombres.

Exemple 1 : On note p_n le nombre de personnes dans le $n^{\text{ème}}$ wagon du train.



n	0	1	2	3	4	5
p_n	1	6	7	8	12	7

Exemple 2 : Soit (d_n) la suite des décimales du nombre π. On peut écrire $(d_n) = (3\,;1\,;4\,;1\,;5\,;9\,;2\,;\ldots)$.
Les premiers termes sont $d_0 = 3$, $d_1 = 1$, $d_2 = 4$, etc.

b. Mode de génération d'une suite

Définition 2 : On peut définir une suite de deux façons différentes :

● Par une **formule explicite** : $u_n = f(n)$.

● Par une **relation de récurrence**, à l'aide des deux données suivantes :

- ◦ Le premier terme u_0.
- ◦ Une relation qui définit chaque terme en fonction des précédents : $u_{n+1} = f(u_n)$.

Exemple 3 : Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2 + 2n - 5$

On a $u_n = f(n)$ avec $f(x) = x^2 + 2x - 5$. Calculons les premiers termes de la suite :

$u_0 = f(0) = 0^2 + 2\times0 - 5 = -5$ $\qquad$ $u_1 = f(1) = 1^2 + 2\times1 - 5 = -2$

$u_2 = f(2) = 2^2 + 2\times2 - 5 = 3$ $\qquad$ $u_3 = f(3) = 3^2 + 2\times3 - 5 = 10$

Remarque : Pour calculer un terme de la suite, il suffit de remplacer n par le rang souhaité dans la formule.

Exemple 4 : Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 2v_n + 1 \end{cases}$

La suite (v_n) est définie par une relation de récurrence. Calculons les premiers termes de la suite :

$v_1 = 2\times v_0 + 1 = 2\times1 + 1 = 3$ $\qquad$ $v_2 = 2\times v_1 + 1 = 2\times3 + 1 = 7$ $\qquad$ $v_3 = 2\times v_2 + 1 = 2\times7 + 1 = 15$

Remarque : Pour calculer un terme de la suite, il faut calculer tous les termes précédents.

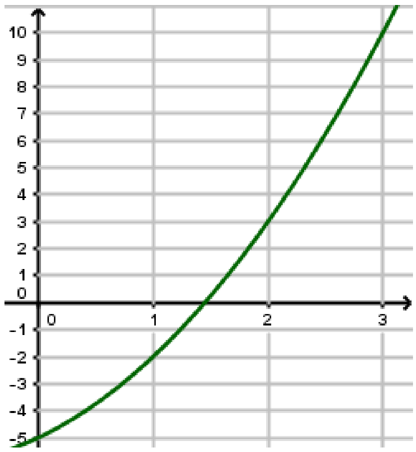
c. Représentation d'une suite

Définition 2 : La représentation graphique d'une suite (u_n), est l'ensemble des points de coordonnées $(n; u_n)$.

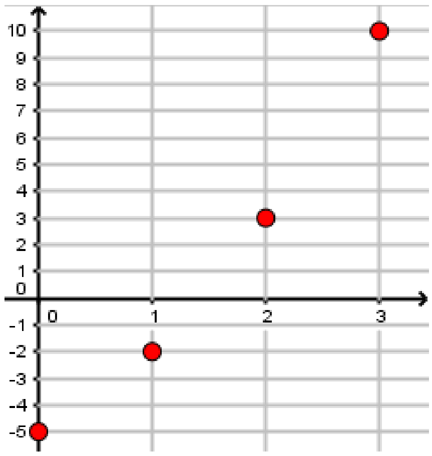
Remarque : La représentation graphique d'une fonction est une courbe alors que la représentation graphique d'une suite est un ensemble de points

Exemple 5 : Représentation graphique de la suite (u_n)

Fonction $f(x) = x^2 + 2x - 5$



Suite $u_n = n^2 + 2n - 5$



d. Calcul des termes à l'aide d'un algorithme

Il est possible de générer les termes d'une suite à l'aide d'un algorithme

Exemple 6 : Ecrire un algorithme qui calcule et affiche les 100 premiers termes de la suite (u_n)

Algorithme

Variables : u
Pour n *allant de* 0 *à* 99
  $u \longleftarrow n^2 + 2n - 5$
  Afficher u
Fin Pour

Exécution

● 1er tour de boucle : $n \leftarrow 0$
$u \leftarrow 0^2 + 2\times 0 - 5 = -5$
« -5 » (On affiche u_0)

● 2eme tour de boucle : $n \leftarrow 1$
$u \leftarrow 1^2 + 2\times 1 - 5 = -2$
« -2 » (On affiche u_1) etc.

Exemple 7 : Ecrire un algorithme qui calcule et affiche les 100 premiers termes de la suite (v_n)

Algorithme

Variables : v
$v \leftarrow 1$
Afficher v
Pour n *allant de* 1 *à* 99
  $v \longleftarrow 2v + 1$
  Afficher v
Fin Pour

Exécution

$v \leftarrow 1$
« 1 » (On affiche v_0)

● 1er tour de boucle : $n \leftarrow 0$
$v \leftarrow 2\times 1 + 1 = 3$
« 3 » (On affiche v_1)

● 2eme tour de boucle : $n \leftarrow 1$
$v \leftarrow 2\times 3 + 1 = 7$
« 7 » (On affiche v_2) etc.

2 – Sens de variation

Activité 4 : (Sens de variation)

1) Soit la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2$

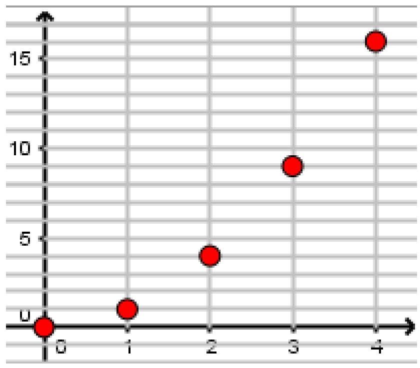
On a : $(u_n) = (0; 1; 4; 9; 16; 25; \dots)$

Chaque terme est plus **grand** que le précédent :

Pour tout rang n on a : $u_{n+1} \geq u_n$.

La représentation graphique de (u_n) **monte.**

On dit que la suite (u_n) est **croissante.**



2) Soit la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = \frac{1}{n+1}$

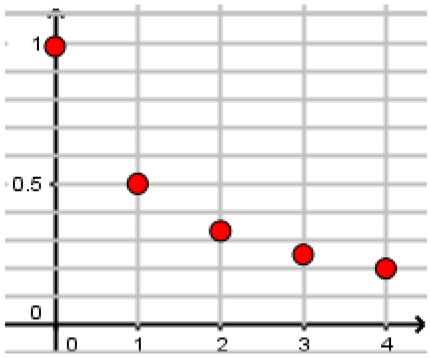
On a : $(v_n) = (1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \dots)$

Chaque terme est plus **petit** que le précédent :

Pour tout rang n on a : $v_{n+1} \leq v_n$.

La représentation graphique de (v_n) **descend.**

On dit que la suite (v_n) est **décroissante.**



3) Soit la suite (w_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $\begin{cases} w_0 = 1 \\ w_{n+1} = 2w_n - 1 \end{cases}$

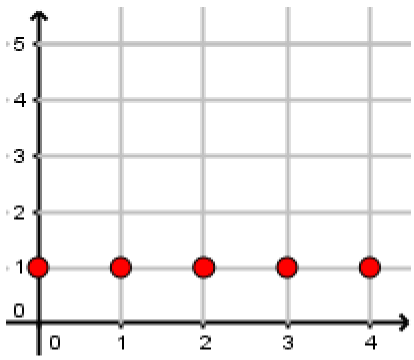
On a : $(w_n) = (1; 1; 1; 1; 1; \dots)$

Chaque terme est **égal** au précédent :

Pour tout rang n on a : $w_{n+1} = w_n$.

La représentation graphique de (w_n) **est stable.**

On dit que la suite (w_n) est **constante.**



Définition 3 :

- Une suite (u_n) est dit **croissante** si chaque terme est plus grand que le précédent, c'est-à-dire pour tout rang n, on a $u_{n+1} \geq u_n$.
- Une suite (u_n) est dit **décroissante** si chaque terme est plus petit que le précédent, c'est-à-dire pour tout rang n, on a $u_{n+1} \leq u_n$.
- Une suite (u_n) est dit **constante** si chaque terme est égal au précédent, c'est-à-dire pour tout rang n, on a $u_{n+1} = u_n$.

3 – Suites arithmétiques

a. Généralités

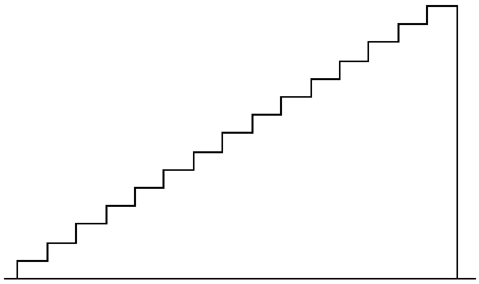
Activité 5 : (Escalier)

Bob monte un escalier de 15 marches de la façon suivante :

Il part de la 2ème marche et monte les marches de 3 en 3.

On note p_n sa position dans l'escalier au bout du $n^{\text{ème}}$ pas.

1) Ecrire la suite (p_n)
2) Quelle est la relation entre un terme et le terme suivant ?
3) Au bout de combien de pas aura-t-il monté l'escalier ?
4) Reprendre les trois questions précédentes en partant de la dernière marche et en descendant de 5 en 5



Définition 4 : On dit qu'une suite (u_n) est **arithmétique** de **raison** r si pour tout rang n, on a $u_{n+1} = u_n + r$

Exemple 8 :

● Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $r = 2$.

Pour tout rang n on a $u_{n+1} = u_n + 2$. On a donc $(u_n) = (1; 3; 5; 7; 9; 11; \dots)$

● Soit (v_n) la suite arithmétique de premier terme $v_0 = 10$ et de raison $r = -3$.

Pour tout rang n on a $v_{n+1} = v_n - 3$. On a donc $(v_n) = (10; 7; 4; 1; -2; -5; \dots)$

b. Sens de variation & Représentation graphique

Propriété 1 : On considère une suite arithmétique (u_n) de raison r.

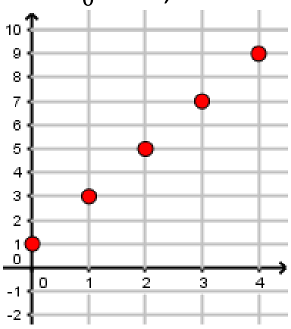
● Si $r > 0$ alors la suite (u_n) est croissante,

● Si $r < 0$ alors la suite (u_n) est décroissante,

● Si $r = 0$ alors la suite (u_n) est constante

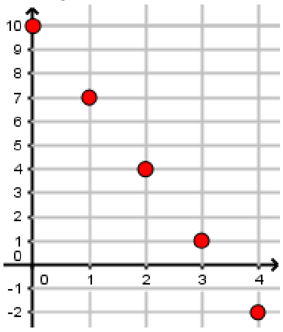
Exemple 9 :

● $u_0 = 1 \,;\, r = 2$



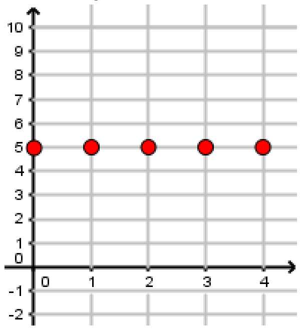
(u_n) est croissante

● $v_0 = 10 \,;\, r = -3$



(v_n) est décroissante

● $w_0 = 5 \,;\, r = 0$

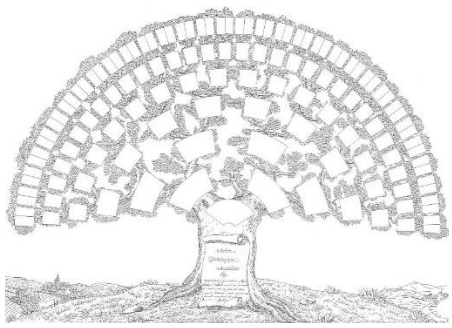


(w_n) est constante

4 – Suites géométriques

a. Généralités

Activité 5 : (Arbre généalogique)



1) Combien un être humain a-t-il de parents ? de grand-parents ? d'arrière-grands-parents ? d'arrière-arrière-grands-parents ?
2) On note p_n le nombre de parents du $n^{ème}$ degré.
   Ecrire la suite (p_n)
3) Quelle est la relation entre un terme et le terme suivant ?
4) Combien de membre comporte votre généalogie de vous à vos arrière-arrière-arrière-grands-parents

Définition 5 : On dit qu'une suite (u_n) est **géométrique** de **raison** q si pour tout rang n, on a $u_{n+1} = q \times u_n$

Exemple 10 :

● Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $q = 3$.

Pour tout rang n on a $u_{n+1} = 3 \times u_n$ On a donc $(u_n) = (1; 3; 9; 27; 81; 243; \dots)$

● Soit (v_n) la suite arithmétique de premier terme $v_0 = 2$ et de raison $q = \frac{1}{2}$.

Pour tout rang n on a $v_{n+1} = \frac{1}{2} \times v_n$. On a donc $(v_n) = (2; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots)$

b. Sens de variation & Représentation graphique

Propriété 2 : On considère une suite géométrique (u_n) de raison q **positive.**

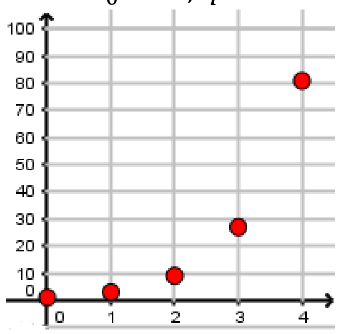
● Si $q > 1$ alors la suite (u_n) est croissante.

● Si $0 < q < 1$ alors la suite (u_n) est décroissante.

● Si $q = 1$ alors la suite (u_n) est constante.

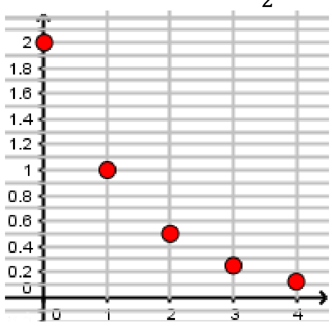
Exemple 11 :

● $u_0 = 1$; $q = 3$



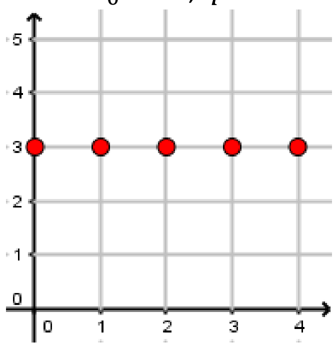
(u_n) est croissante

● $v_0 = 2$; $q = \frac{1}{2}$



(v_n) est décroissante

● $w_0 = 3$; $q = 1$



(w_n) est constante

Suites numériques – Exercices

Suites logiques

1 Pour chacune des suites numériques suivantes trouver une formule permettant de calculer chaque terme en fonction de son rang.

a. $(u_n) = (0; 2; 4; 6; 8; 10; \dots)$
b. $(v_n) = (0; 1; 8; 27; 64; 125; \dots)$
c. $(w_n) = (1; 10; 100; 1000; 10000; \dots)$
d. $(x_n) = (0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \dots)$

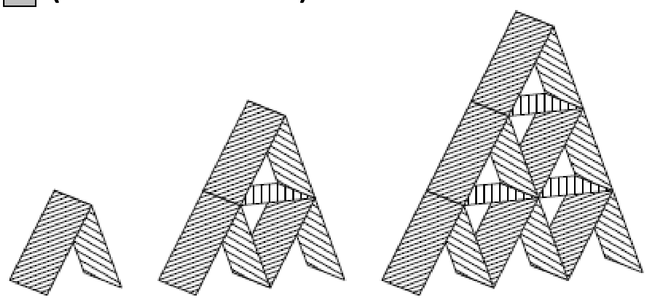
2 Pour chacune des suites numériques suivantes trouver une formule permettant de calculer chaque terme en fonction du terme précédent

a. $(u_n) = (1; 5; 9; 13; 17; 21; \dots)$
b. $(v_n) = (1; 5; 25; 125; 625\ ; \dots)$
c. $(w_n) = (1; 0.1; 0.01; 0.001; 0.0001; \dots)$
d. $(x_n) = (0; 1; 11; 111; 1111; 11111; \dots)$

3 Compléter chacune des suites suivantes

a. $(u_n) = (0; 1; 2; 5; 26; 677; \dots)$
b. $(v_n) = (0; 0; 2; 6; 12\ ; 20; 30; \dots)$
c. $(w_n) = (1; \frac{1}{2}. \frac{2}{3}; \frac{3}{5}; \frac{5}{8}; \frac{8}{13}; \frac{13}{21} \dots)$
d. $(x_n) = (2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; \dots)$

4 **(Château de cartes)**

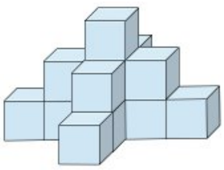


1^{er} étape $\quad 2^{\text{ième}}$ étape $\quad 3^{\text{ième}}$ étape

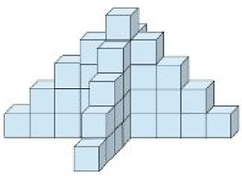
On note c_n le nombre de cartes à la $n^{ème}$ étape

1) Déterminer c_1 c_2 c_3 c_4 et c_5.
2) Compléter la suite (c_n)
3) Combien y a-t-il de cartes à la 10e étape ?
4) Combien d'étage peut-on faire avec un jeu de tarot (78 cartes)

5 **(Empilement de cube)**



Etape 3



Etape 5

Combien y a-t-il de cube à l'étape 10 ?

Mode de génération & Sens de variation

6 Pour chacune des suites numériques suivantes calculer le terme de rang 3

a. $u_n = 2n^2 - 3n + 5$
b. $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = {v_n}^2 + 2v_n \end{cases}$
c. $\begin{cases} w_0 = -1 \\ w_{n+1} = w_n + 2n \end{cases}$

7 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + x + 1$. Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \geqslant 0$ par $u_n = f(n)$.

1) Exprimer u_n en fonction de n.
2) Calculer les 3 premiers termes de la suite.
3) Exprimer en fonction de n.

a. u_{n+1} b. $u_n + 1$ c. u_{2n} d.u_{2n+1}

8 On considère la suite (u_n) définie pour tout rang n par $u_n = -n^2 + 3n - 7$.
Exprimer en fonction de n :

a. u_{n+1} b. $u_n + 1$ c. u_{2n} d.u_{2n+1}

9 Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n^2 + n - 3$.

1) Quel est le mode de génération de la suite (u_n) ?
2) Calculer les 3 premiers termes de la suite (u_n).
3) Représenter la suite (u_n) dans un repère.
4) Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n).
5) Démontrer votre conjecture.

10 Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n - 2n$

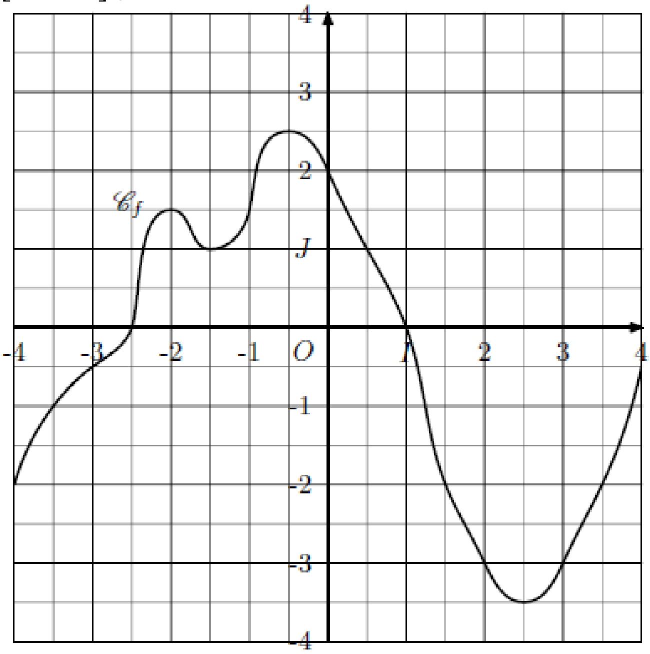
1) Quel est le mode de génération de la suite (u_n) ?
2) Calculer les 3 premiers termes de la suite (u_n).
3) Représenter la suite (u_n) dans un repère.
4) Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n).
5) Démontrer votre conjecture.

11 Déterminer par le calcul le sens de variation des suites suivantes :

a. Pour tout $n \geqslant 0$, $u_n = 3n + 5$
b. Pour tout $n \geqslant 0$, $u_n = 2n^2 - n + 4$
c. Pour tout $n \geqslant 0$, $u_n = n^3$
d. $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1 \end{cases}$
e. Pour tout $n \geqslant 0$, $u_n = -n^2 - 2n + 5$
f. Pour tout $n \geqslant 0$ $u_n = \sqrt{n}$

g. Pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 1 + \frac{1}{n}$

12 On considère la fonction f définie sur $[-4\ ;\ 4]$ par la courbe donnée ci-dessous :



On considère la suite (u_n) définie par la relation :

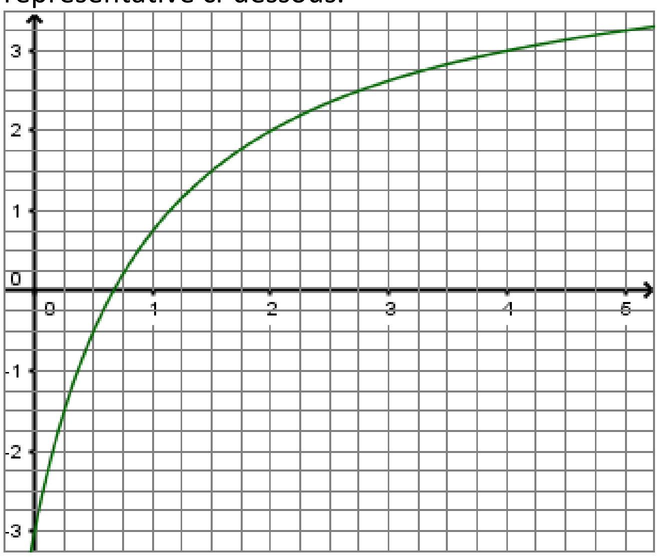
$$u_0 = 2 \text{ et } u_{n+1} = f(u_n)$$

1) Compléter le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n										

2) Représenter dans un repère la suite (u_n)

13 On considère la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \frac{9x-6}{2x+2}$ dont on a tracé la courbe représentative ci-dessous.



On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par :

- Pour tout $n \geq 0$, $u_n = f(n)$
- $v_0 = 5$ et $v_{n+1} = f(v_n)$

1) Sur le graphique ci-dessus représenter en rouge la suite (u_n) et en bleu la suite (v_n)

2) Que pensez du sens de variation des suites (u_n) et (v_n) ?

Algorithmique

14 On dispose des deux algorithmes suivants :

```
Algorithme 1
Pour n allant de 0 à 5
    u prend la valeur n²+5n
    Afficher u
Fin Pour
```

```
Algorithme 2
u prend la valeur −1
Afficher u
Pour n allant de 1 à 5
    u prend la valeur u²+5u
    Afficher u
Fin Pour
```

1) Pour chacun de ces deux algorithmes :

a. Exécuter-le.

b. Que calcule-t-il ?

2) Écrire un algorithme qui calcule et affiche les dix premiers des suites

a. $u_n = \sqrt{n+1}$

b. $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + n$

15 On considère l'algorithme suivant

```
Algorithme

Saisir n
S ← 0
Pour i allant de 1 à n
    S ← S + i
Fin Pour
Afficher S
```

1) Exécuter cet algorithme avec $n = 5$.
2) Que calcule cet algorithme ?
3) Proposer un algorithme permettant de calculer la somme des 100 premiers nombres impairs.

16 **(Suite de Fibonacci)**

On appelle suite de Fibonacci la suite (u_n) définie de la façon suivante :

$$u_0 = 1\ ;\ u_1 = 1 \text{ et } u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$$

1) Calculer les premier termes de la suite de Fibonacci
2) Proposer un algorithme permettant de calculer le terme de rang 100 de cette suite.

Suites numériques – Exercices

Suites arithmétiques

1 Ecrire les suites arithmétiques suivantes :

a. Premier terme : $u_0 = 0$; Raison : $r = 5$
b. Premier terme : $u_0 = -1$; Raison : $r = 10$
c. Premier terme : $u_0 = 1$; Raison : $r = 0.1$
d. Premier terme : $u_0 = 1$; Raison : $r = -4$

2 Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ?
Si oui, déterminer la raison.

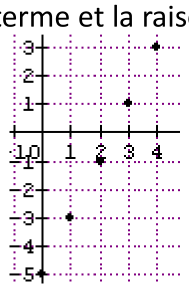
a. $(u_n) = (1; 5; 9; 13; 17; 21; \dots)$
b. $(v_n) = (-10; -21; -32; -43\,; -54 \dots)$
c. $(w_n) = (33; 44; 55; 66; 88;)$
d. $(x_n) = (\frac{1}{4}.\frac{2}{4};\frac{3}{4};\frac{4}{4};\frac{5}{4}; \dots)$

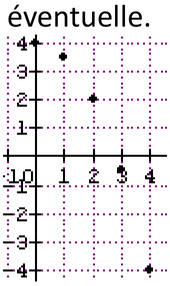
3 Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 4$ et de raison $r = -3$
1) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n
2) Calculer u_1, u_2 et u_3
3) Représenter la suite dans un repère.
Que remarque t-on ?
4) Déterminer le sens de variation de la suite (u_n)
5) Exprimer u_n en fonction de n
6) En déduire la valeur de u_{150}

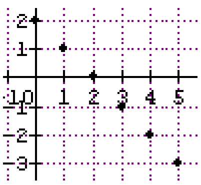
4 Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ?
Si oui déterminer le premier terme et la raison.
a. Pour tout $n \geqslant 0$, $u_n = 2 - 5n$
b. Pour tout $n \geqslant 0$, $u_0 = -1$ et $u_{n+1} = u_n + 5$
c. Pour tout $n \geqslant 0$, $u_n = n^3$
d. Pour tout $n \geqslant 0$, $u_n = \frac{n}{3} + 1$

5 Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r
1) On donne $u_0 = 1$ et $r = 5$. Calculer u_4.
2) On donne $u_4 = 10$ et $r = 2$. Calculer u_0.
3) On donne $u_1 = 6$ et $u_4 = 18$. Calculer r et u_0.

6 Les suites représentés ci-dessous peuvent-elle être arithmétique. Si oui, déterminer le premier terme et la raison éventuelle.


Suite 1


Suite 2


Suite 3

Suites géométriques

7 Ecrire les suites géométriques suivantes :

a. Premier terme : $u_0 = 3$; Raison : $q = 2$
b. Premier terme : $u_0 = 1$; Raison : $q = -1$
c. Premier terme : $u_0 = 10$; Raison : $q = \frac{1}{2}$
d. Premier terme : $u_0 = 4$; Raison : $q = \frac{1}{10}$

8 Les suites suivantes sont-elles géométriques ?
Si oui, déterminer la raison.

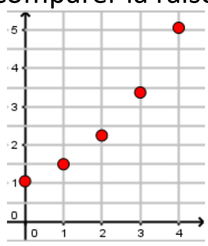
e. $(u_n) = (5; 10; 20; 40; 80; \dots)$
f. $(v_n) = (-5; -15; -45; -135\,; \dots)$
g. $(w_n) = (2; 22; 222; 2222; 22222 \dots)$
h. $(x_n) = (1; -10; 100; -1000; 10000; \dots)$

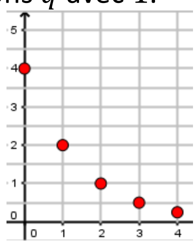
9 Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 4$ et de raison $q = \frac{1}{2}$
1) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n
2) Calculer u_1, u_2 et u_3
3) Représenter la suite dans un repère.
Que remarque t-on ?
4) Déterminer le sens de variation de la suite (u_n)
5) Exprimer u_n en fonction de n
6) En déduire la valeur de u_{150}

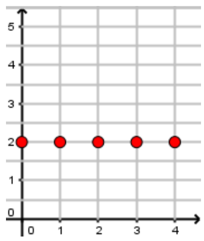
10 Les suites suivantes sont-elles géométriques ?
Si oui déterminer le premier terme et la raison.
a. Pour tout $n \geqslant 0$, $u_n = 2 \times 3^n$
b. Pour tout $n \geqslant 0$, $u_0 = 2$et $u_{n+1} = 3u_n$
c. Pour tout $n \geqslant 0$, $u_n = \sqrt{n+1}$
d. Pour tout $n \geqslant 0$, $u_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n \times 3$

11 Soit (u_n) une suite géométrique de raison q
1) On donne $u_0 = 1$ et $q = 5$. Calculer u_4.
2) On donne $u_4 = 100$ et $q = 0.5$. Calculer u_0.
3) On donne $u_1 = 4$ et $u_3 = 36$. Calculer q et u_0.

12 Les suites représentés ci-dessous dessous sont géométriques. Dans chacun des cas comparer la raisons q avec 1.


Suite 1


Suite 2


Suite 3

Problèmes

13 Un chauffeur de taxi propose les tarifs suivants : *« Prise en charge 5€ ; Tarif au km 1,50€ »*
On cherche à modéliser le prix de la course en fonction du nombre de kilomètre parcouru.
1) Modéliser cette situation avec une suite arithmétique (u_n)
2) Exprimer (u_n) en fonction de n.
3) Quel est le prix de la course pour 10 km parcouru ?
4) Combien peut-on parcourir de kilomètre au maximum avec 15€ ?

14 Jean vient d'être embaucher dans une entreprise. Il débute avec un salaire net de 1500€. Chaque année le patron de l'entreprise augmente tous ses salariés de 2%. On note s_n le salaire de Jean au bout de sa $n^{ème}$ année de service
1) Déterminer s_0, s_1, s_2 et s_3
2) Exprimer s_{n+1} en fonction de s_n
3) Quelle est la nature de la suite (s_n) ?
4) Quel sera son salaire l'année de sa retraite après 42 années de travail dans l'entreprise ?

15 Dans ce problème nous allons étudier deux types de placements

1) Intérêts simples

Placer un capital à x % par an avec intérêts simples signifie que chaque année on reçoit le même intérêt qui égal à x % du capital.
On place un capital de 10000 € à 5% par an. avec intérêts simples. On note c_n le capital disponible au bout de n années.

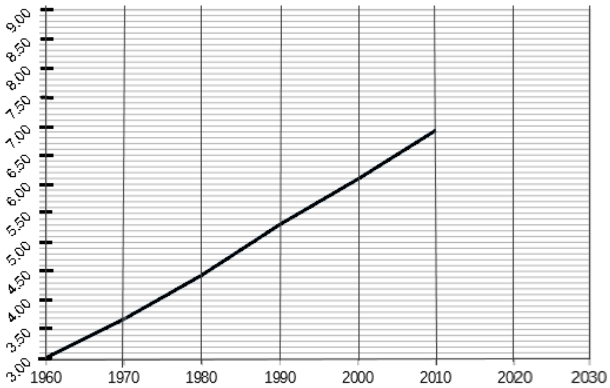
a. Calculer les premiers de la suite (c_n).
b. Quel est la nature de la suite (c_n) ?
c. Combien d'années faudra-t-il attendre pour doubler le capital

2) Intérêts composés

Placer un capital à x % par an avec intérêts composés signifie que les intérêts d'une année s'ajoutent au capital et que l'année suivante ils rapportent aussi des intérêts.
On place un capital de 1000 € à $4{,}5\%$ par an avec intérêts composés. On note c_n le capital disponible au bout de n années.

a. Calculer les premiers de la suite (c_n).
b. Quel est la nature de la suite (c_n) ?
c. Au bout de combien d'année ce placement est-il plus intéressant que le précédent ?

16 La population mondiale était de 3,02 milliards d'habitants en 1960 et de 6,13 milliards en 2010.



A. Modèle linéaire
1) Calculer en milliards, l'accroissement absolu moyen par décennie, du nombre d'habitants dans le monde entre 1960 et 2000.
2) Dans ce modèle, on suppose que cet accroissement absolu reste constant pour les décennies suivantes.
On note u_n le nombre d'habitants (en milliards), n décennies après 1960.
a. Calculer les premiers de la suite (u_n).
b. Quel est la nature de la suite (u_n) ?
c. Représenter cette suite en bleu sur le graphique ci-dessus.
3) Si ce modèle restait fiable sur le long terme, en quelle année le monde comporterait-il plus de 8 milliards d'habitants ?

B. Modèle exponentiel

Dans le second modèle, on suppose que le pourcentage d'évolution entre deux décennies, reste constant égal à 18%.
On note v_n le nombre d'habitants (en milliards), n décennies après 1960.
1) a. Calculer les premiers de la suite (v_n)
b. Quel est la nature de la suite (v_n) ?
c. Représenter cette suite en rouge sur le graphique ci-dessus.
2) Quelle erreur commet-on avec ce modèle sur la population mondiale en 2000 ?

C. Comparaison des deux modèles
1) En 2010 la Terre comptait 6,93 milliards d'habitants, quel est celui qui approche le plus proche la réalité ?
2) Avec ces deux modèles faites une projection de la population mondiale en 2020.

TP – Suites

➢ Copier/coller le fichier *TP-Suites.ods* dans votre dossier Travail puis l'ouvrir avec LibreOffice Calc.

Partie 1 : Calcul des termes d'une suite et représentation graphique (Feuille 1)

1) En utilisant le recopiage automatique, remplir la colonne A avec les entiers naturels de 0 à 9.

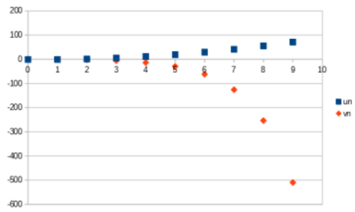
2) Soit (u_n) la suite définie pour tout rang n par $u_n = n^2 - n - 1$
   a. Quelle est le mode de génération de la suite ?
   b. Dans la cellule $B2$, entrer une formule permettant de calculer le terme u_0.
   c. Utiliser le recopiage automatique pour calculer les termes de u_1 à u_9

3) Soit (v_n) la suite définie pour tout rang n, par $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 2v_n - 1 \end{cases}$
   a. Quelle est le mode de génération de la suite ?
   b. Que doit-on entrer dans la cellule $C2$.
   c. Dans la cellule $C3$, entrer une formule permettant de calculer v_1, puis utiliser le recopiage automatique pour obtenir les termes jusqu'à v_9

4) A l'aide d'un diagramme de type « XY », représenter les suites (u_n) et (v_n).

5) Quel est le sens de variation des suites (u_n) et (v_n).

Rang : n	u_n	v_n
0	-1	1
1	-1	0
2	1	-2
3	5	-6
4	11	-14
5	19	-30
6	29	-62
7	41	-126
8	55	-254
9	71	-510



Partie 2 : Suite arithmétiques & géométriques (Feuille 2)

1) Dans la colonne B, générer à l'aide du tableur les dix premiers termes de la suite arithmétique de raison $r = 5$ et de premier terme $u_0 = 2$.

2) Dans la colonne C, générer à l'aide du tableur les dix premiers termes de la suite géométrique de raison $q = 2$ et de premier terme $u_0 = 1$.

3) Modifier les formules entrées précédemment de manière à ce que Les premiers termes de la suites soit calculer automatiquement lorsque l'on modifie la raison dans les cellules $B2$ et $C2$.

	Suite arithmétique	Suite géométrique
Raison	5	2
Rang : n	Terme de rang n : u_n	Terme de rang n : u_n
0	2	1
1	7	2
2	12	4
3	17	8
4	22	16
5	27	32
6	32	64
7	37	128
8	42	256
9	47	512

Partie 3 : Application à un problème de démographie (Feuille 3)

La hausse des prix des loyers dans la province d'Heilongjiang au Nord de la Chine a entraîné un exode massif de la population urbaine du centre-ville vers la banlieue. En 2010, la ville de Binxian comptait environ 200 000 habitants dont 120 000 en centre-ville et 80 000 en périphérie. Depuis l'an 2010, la population du centre ville de Binxian chute chaque année de 5 %, alors que la population de sa banlieue augmente elle de 5000 habitants par an.

On note (a_n) la population du centre-ville d'Anda et (b_n) la population de sa banlieue en l'an $2010 + n$.

1) **a.** Déterminer la valeur de a_0, b_0 et c_0 puis calculer à la main a_1, b_1 et c_1.
   b. Déterminer la nature des suites (a_n) et (b_n). On précisera leur raison.
   c. Exprimer c_n à l'aide de a_n et b_n.

2) **a.** A l'aide du tableur, générer les dix premiers des suites (a_n) et (b_n) dans les colonnes B et C.
   b. A l'aide du tableur, générer les dix premiers des suites (c_n) dans la colonne D.
   c. A l'aide du tableur, représenter sur même graphique les suites (a_n), (b_n) et (c_n).

3) **a.** A partir de quelle année la banlieue de Binxian est-t-elle plus peuplée que son centre ville ?
   b. Que dire de l'évolution de la population globale de la ville ?
   c. En admettant que le modèle précédent reste valable sur les prochaines années, faites une prédiction sur la répartition de la population dans la ville de Binxian en 2020.