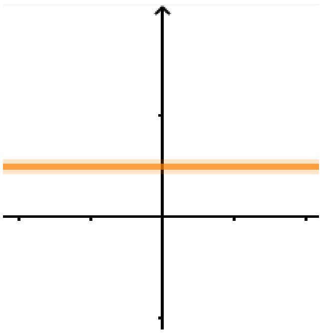
Fiche A2.2 : Calcul de limites

1 – Limites des fonctions de références

Fonction constante

$f(x) = k$ (où k est un réel)

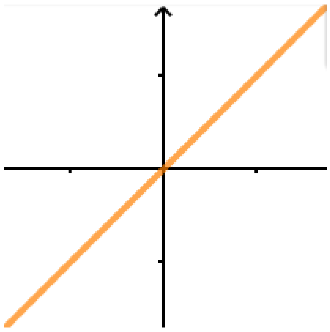


$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$

Fonction identité

$f(x) = x$

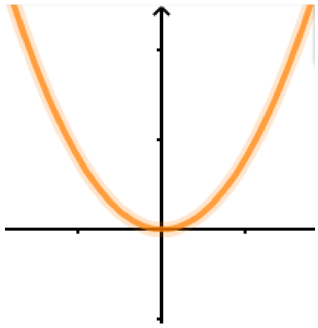


$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$

Fonction carré

$f(x) = x^2$

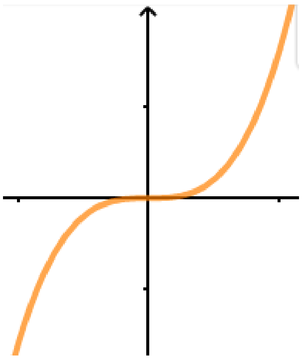


$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$

Fonction cube

$f(x) = x^3$

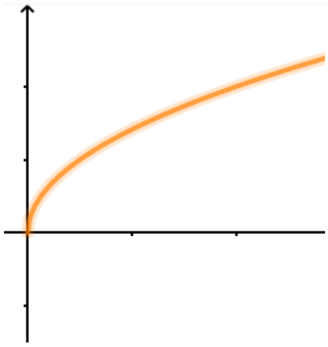


$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$

Fonction racine carré

$f(x) = \sqrt{x}$

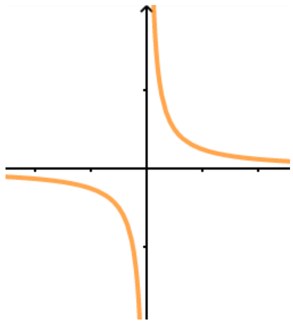


$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to 0} f(x) =$

Fonction inverse

$f(x) = \frac{1}{x}$

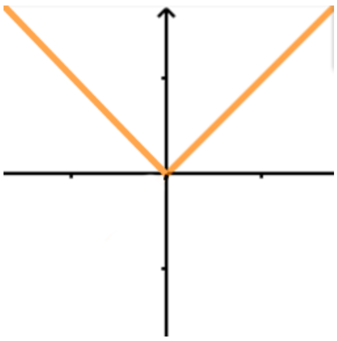


$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) =$

Fonction valeur absolue

$f(x) = |x|$

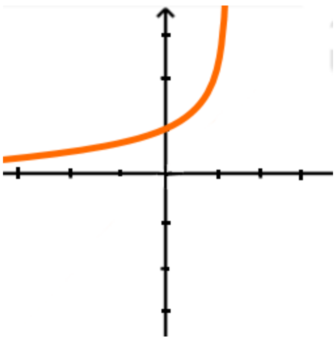


$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$

Fonction exponentielle

$f(x) = e^x$

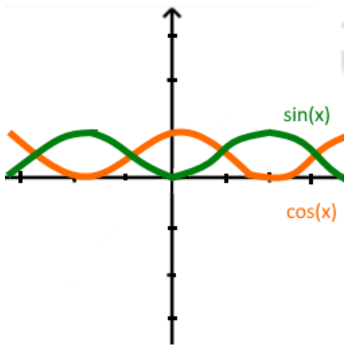


$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$

Fonction trigonométrique

$f(x) = \cos(x)\ ou\ \sin(x)$



____

Remarque : Plus généralement les fonctions puissances $f(x) = x^n$ ont mêmes limites que :

- La fonction carré si n est **pair.**
- La fonction cube si n est **impair.**

2 – Opérations sur les limites

● Pour calculer la limite d'une fonction complexe on utilise les mêmes règles opératoires que pour les suites :

Elles sont rappellées dans les tableaux suivants et s'appliquent pour les limites en $+\infty$, $-\infty$ ou en $a \in \mathbb{R}$.

Limite d'une somme

l \ l'	réel	$+\infty$	$-\infty$
réel			
$+\infty$			
$-\infty$			

Limite d'un produit

l \ l'	zéro	réel non nul	∞
zéro			
réel non nul			
∞			

Limite d'un quotient

l \ l'	zéro	réel non nul	∞
zéro			
réel non nul			
∞			

[1 et 2] Pour déterminer le signe de ∞ on utilise la règle des signes.

F.I. : Forme indéterminée. On doit transformer l'expression, souvent via une factorisation, pour « lever l'indetermination »

Exemple 1 : Déterminer les limites suivantes :

- $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\frac{1}{x}+3\right) =$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} (x^3+x) =$
- $\lim\limits_{x\to0^+} (x-2)\times\frac{1}{x} =$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} x^5(1-x^2) =$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{e^x}{x} =$
- $\lim\limits_{x\to3^+} \frac{1}{x-3} =$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} 2x^3+4x^2+6x-1 =$
- $\lim\limits_{x\to1} \frac{x^2-1}{x-1} =$

Propriété 1 (Fonctions composés) :

Exemple 2 : Déterminer les limites suivantes :

- $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{1-x}$:
- $\lim\limits_{x\to+\infty} (2-3x)^4$:

3 – Théorèmes de comparaison

● Les théorèmes de comparaison énoncés pour les suites fonctionnent aussi pour les fonctions et s'appliquent pour les limites en $+\infty$, $-\infty$ ou en $a \in \mathbb{R}$.

Exemple 3 : Déterminer la limite de la fonction $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ en $+\infty$