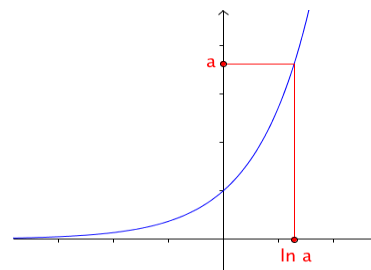


Fiche A4.1 : Logarithme népérien

1 – Définition du logarithme népérien

- La fonction exponentielle $x \mapsto e^x$ est continue, strictement monotone sur \mathbb{R} et à valeurs dans $]0; +\infty[$.
- D'après le théorème des valeurs intermédiaires, pour tout réel positif $a > 0$, l'équation $e^x = a$ admet donc une unique solution dans \mathbb{R} .
- Cette solution est appelée le logarithme népérien de a et est noté $\ln(a)$.



Définition 1 :

- On appelle **logarithme népérien** du nombre $a > 0$ et on note $\ln a$, l'unique solution de l'équation $e^x = a$.
- La **fonction logarithme népérien**, noté \ln , est la fonction $\ln :]0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R} ; x \mapsto \ln x$.

Exemple 1 : Le logarithme népérien $\ln 2$ est l'unique solution de l'équation $e^x = 2$. A l'aide de la calculatrice on peut donner une valeur approchée à 0,01 près de ce nombre : _____

Remarque : En physique-chimie on utilise souvent le **logarithme décimal** \log à ne pas confondre avec \ln :

$\log(a)$ désigne l'unique solution de l'équation $10^x = a$. On a la formule : $\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$

2 – Fonction réciproque de la fonction exponentielle

- La **fonction réciproque** d'une fonction $f: I \rightarrow J ; x \mapsto y$ est la fonction $f^{-1}: J \rightarrow I ; y \mapsto x$. Cette fonction existe à condition que tout nombre y de J possède un unique ancédent x par f .
- Voici quelques exemples de fonctions réciproques l'une de l'autre :

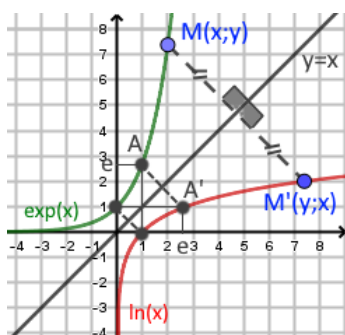
Propriété 1 : Les fonctions \exp et \ln sont **réciproques** l'une de l'autre :

- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, et pour tout $y > 0$, $e^x = y \Leftrightarrow x = \ln(y)$
- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\ln e^x = x$ • Pour $x > 0$, on a $e^{\ln(x)} = x$

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \rightarrow &]0; +\infty[\\ x & \xrightarrow{\exp} & e^x \\ \parallel & & \parallel \\ \ln(y) & \xleftarrow{\ln} & y \end{array}$$

Conséquences : $\ln(1) =$ _____ ; $\ln(e) =$ _____ ; $\ln\left(\frac{1}{e}\right) =$ _____

Propriété 2 : Les courbes des fonctions \exp et \ln sont **symétriques** par rapport à l'axe $y = x$



- $M(x; y)$ appartient à la courbe de la fonction exponentielle si et seulement si $M'(y; x)$ appartient à la courbe de la fonction logarithme népérien.

Ex : _____

