Fiche F1.2 : Sens de variation

1 – Suite croissante, suite décroissante

Définition 3 : Le sens de variation d'une suite u est définie de la façon suivante :

● u est **croissante** si chaque terme est plus grand que le précédent : Pour tout rang n, $u_{n+1} \geq u_n$.

● u est **décroissante** si chaque terme est plus petit que le précédent : Pour tout rang n, $u_{n+1} \leq u_n$.

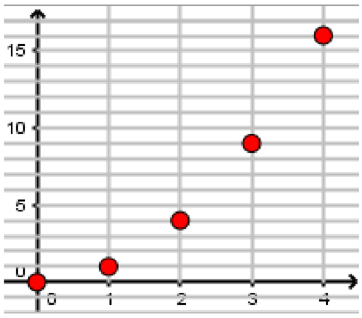
Exemple 1 : Soit la suite u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2$

On a : $u = (0; 1; 4; 9; 16; 25; \dots)$

Les termes sont dans l'ordre **croissant** : Chaque terme est plus **grand** que le précédent et pour tout rang n on a : $u_{n+1} \geq u_n$.

La représentation graphique de u **monte.**

La suite u est **croissante.**



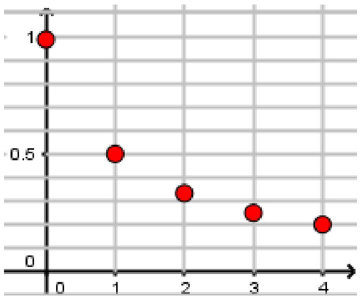
Exemple 2 : Soit la suite v définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = \frac{1}{n+1}$

On a : $v = (1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \dots)$

Les termes sont dans l'ordre **décroissant** : Chaque terme est plus **petit** que le précédent et pour tout rang n on a : $v_{n+1} \leq v_n$.

La représentation graphique de v **descend.**

La suite v est **décroissante.**



Remarque : On dit que la suite est **constante** si chaque terme est égal au précédent. Pour tout rang n, on a alors $u_{n+1} = u_n$ et sa représentation graphique est stationnaire.

2 – Méthode pour trouver le sens de variation

Propriété 1 : Pour étudier le sens de variation d'une suite, on étudie le signe de $u_{n+1} - u_n$

● Si pour tout rang n, $u_{n+1} - u_n \geq 0$ alors la suite est croissante.

● Si pour tout rang n, $u_{n+1} - u_n \leq 0$ alors la suite est décroissante

Exemple 3 : Soit la suite u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n^2 - 5$

● Etape 1 : On calcule $u(n+1) - u(n)$

$$u(n+1) - u(n) = 2(n+1)^2 - 5 - (2n^2 - 5)$$
$$= 2(n^2 + 2n + 1) \cancel{- 5} - 2n^2 \cancel{+ 5}$$
$$= \cancel{2n^2} + 4n + 2 \cancel{- 2n^2}$$
$$= 4n + 2$$

● Etape 2 : On regarde le signe de $u(n+1) - u(n)$

Si $n \geq 0$ alors $4n \geq 0$ et donc $4n + 2 \geq 0$.

Ainsi pour tout rang n, on a $u(n+1) - u(n) > 0$ donc la suite u est croissante.