

## Fiche F2.1 : Fréquences marginales & conditionnelles

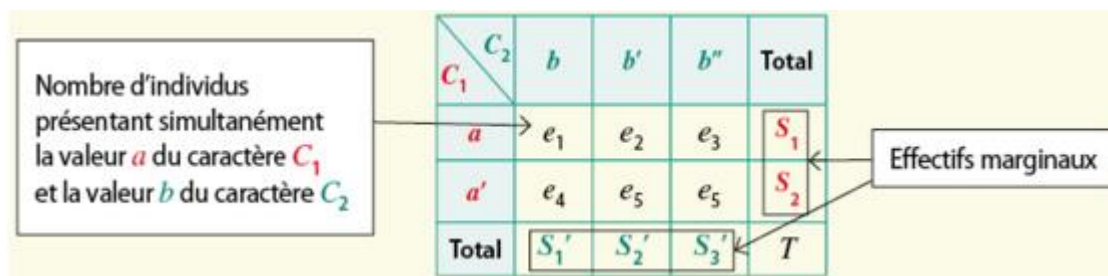
### 1 – Tableau croisé d’effectifs

- En statistiques, on étudie parfois simultanément deux caractères au sein d’une même population.
- Pour représenter simultanément les effectifs des deux caractères, on utilise un tableau croisé d’effectifs :

**Définition 1** : Un **tableau croisé d’effectifs** est un tableau à double entrée :

- Une entrée en **colonne** où sont notés les valeurs du 1<sup>er</sup> caractère.
- Une entrée en **ligne** où sont notés les valeurs du 2<sup>ème</sup> caractère.
- Dans une **cellule** du tableau, on indique l’effectif des individus qui présentent simultanément la valeur des deux caractères indiqués dans la ligne et la colonne correspondante.
- En **marge** du tableau, on rajoute une rangée « Total » dans laquelle on indique l’effectif de chacune des valeurs pour les deux caractères.

**Vocabulaire** : Les effectifs qui apparaissent dans une rangée « Total » sont appelées **effectifs marginaux**.



**Méthode** : Pour compléter un tableau croisé d’effectifs, on commence par compléter les **valeurs connues** dans l’énoncé puis on effectue des additions/soustractions pour compléter les valeurs manquantes.

**Exemple 1** : Dans une entreprise, on s’intéresse à la répartition des salariés selon leur sexe et leur salaire. On dispose des informations suivantes : Il y a au total 300 salariés dont 43% de femmes. Un tiers des salariés gagne 2000€ ou plus dont seulement le quart sont des femmes.

- 1) Quels sont les deux caractères étudiés ainsi que leur valeur.  
 1<sup>er</sup> Caractère : Sexe (*Homme* ou *Femme*)                      2<sup>er</sup> Caractère : Salaire (< 2000€ ou ≥ 2000€ )

- 2) Compléter le tableau croisé d’effectifs suivant en faisant apparaître les calculs

	< 2000€	≥ 2000€	Total
<i>Homme</i>	96	75	171
<i>Femme</i>	104	<b>25</b>	<b>129</b>
Total	200	<b>100</b>	<b>300</b>

- $0.43 \times 300 = 129$
- $\frac{1}{3} \times 300 = 100$
- $\frac{1}{4} \times 100 = 25$

- 3) A l’aide du tableau, déterminer :
  - a. Le nombre de femme gagnant moins de 2000€ : 104 individus
  - b. L’effectif marginal de la valeur « Homme » : 171 individus

## 2 – Tableau des fréquences par rapport à l'effectif total

**Définition 2** : La **fréquence** d'une valeur est le quotient :  $frequency = \frac{effectif}{effectif\ total}$

**Remarque** : La fréquence est donc un nombre entre 0 et 1 qui peut s'exprimer sous forme fractionnaire, décimale ou bien d'un pourcentage.

**Exemple 2** : Dans une classe de 35 élèves il y a 14 filles. Quelle est la fréquence de fille dans la classe ?

$$Effectif\ total = 35 ; Effectif = 14 ; Fréquence = \frac{14}{35} = \frac{2}{5} = 0.4 = 40\%$$

**Définition 3** :

- Le **tableau des fréquences par rapport à l'effectif global** s'obtient en divisant chaque cellule du tableau croisé d'effectifs par l'effectif total.
- En marge de ce tableau on peut lire les **fréquences marginales** qui correspondent aux fréquences de chacune des valeurs pour les deux caractères.

**Exemple 3** : On reprend la série étudiée dans l'exemple 1.

1) Compléter le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global

	< 2000€	≥ 2000€	Total
Homme	$\frac{96}{300} = 0.32 = 32\%$	$\frac{75}{300} = 0.25 = 25\%$	$\frac{171}{300} = 0.57 = 57\%$
Femme	$\frac{104}{300} \approx 0.347 \approx 34.7\%$	$\frac{25}{300} = 0.083 = 8.3\%$	$\frac{129}{300} = 0.43 = 43\%$
Total	$\frac{200}{300} = \frac{2}{3} = 66.7\%$	$\frac{100}{300} = \frac{1}{3} = 33.3\%$	1 = 100%

2) Déterminer la fréquence marginale de la valeur « Homme » : Elle est de 57%

## 3 – Fréquences conditionnelles

- On parle de fréquences conditionnelles lorsque l'on fixe une valeur de l'un des deux caractères.
- On ne raisonne donc plus par rapport à l'effectif total mais par rapport au nombre d'individus présentant la valeur fixée.

**Définition 4** : La **fréquence conditionnelle** de la valeur  $a$  sachant la valeur  $b$  est le quotient du nombre d'individus présentant simultanément les deux valeurs  $a$  et  $b$  sur l'effectif marginal de la valeur  $b$ .

**Exemple 4** : On reprend la série étudiée dans l'exemple 1.

1) Parmi les femmes, calculer la fréquence conditionnelle des salariés gagnant 2000€ ou plus.

La valeur fixée est  $Sexe = Femme$ . On raisonne donc par rapport à 129 individus.

$$f = \frac{25}{129} \approx 0.19. \text{ Donc } 19\% \text{ des femmes gagnent } 2000\text{€ ou plus.}$$

2) Calculer la fréquence conditionnelle des femmes sachant qu'il s'agit de salariés gagnant 2000€ ou plus.

La valeur fixée est  $Salaires \geq 2000\text{€}$ . On raisonne donc par rapport à 100 individus.

$$f = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \approx 0.25 = 25\%. \text{ Donc } 25\% \text{ des salariés gagnant } 2000\text{€ ou plus sont des femmes.}$$

**Remarque** : La fréquence conditionnelle de  $a$  sachant  $b$  et de  $b$  sachant  $a$  sont généralement différentes.

