

Fiche ____ : Variables aléatoires

1 – La notion de variable aléatoire

Définition 1 : _____

Remarque : On peut voir une variable aléatoire comme un nombre qui dépend du hasard : En fonction du résultat de l'expérience, la variable X prendra des valeurs différentes. Les variables aléatoires permettent par exemple de modéliser un **gain** (qui peut être positif ou négatif) dans un jeu de hasard.

Notation : Les conditions « $X = a$ », « $X < a$ », « $X > a$ », « $X \leq a$ » et « $X \geq a$ » permettent de définir des évènements, auxquels correspond un ensemble d'issues et dont on peut calculer la probabilité.

Exemple 1 : On considère le jeu suivant : On lance une pièce. Si la pièce tombe sur « *Pile* » alors on gagne 1 €, si la pièce tombe sur « *Face* » on perd 1 €. Soit X le gain du joueur.

• X est une variable aléatoire car _____ :

• Si c'est « *Pile* » alors _____ et si c'est « *Face* » alors _____.

• $P(X = 1) =$ _____

• $P(X = -1) =$ _____

Exemple 2 : On considère le jeu suivant : On lance un dé. Si le dé tombe sur « 1 » alors on gagne 1 \$, si le dé tombe sur « 6 » on gagne 6 \$, sinon on perd 2 \$. Soit X le gain du joueur.

• X est une variable aléatoire car _____ :

• Les valeurs possibles pour X sont : _____

• $P(X > 0) =$ _____

• $P(X = -2) =$ _____

2 – Loi de probabilité d'une variable aléatoire

Définition 2 : _____

Remarque : On présente souvent ces données sous la forme d'un tableau :

Valeurs	x_1	x_2	...	x_n
Probabilités	p_1	p_2	...	p_n

On a alors $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$

Exemple 1 : (Suite) Si la pièce est bien équilibré la loi de X est donnée par l'égalité :

Exemple 2 : (Suite) Si le dé est bien équilibré la loi de X est donnée par le tableau suivant :

Valeurs					Total
Probabilités					



3 – Espérance d'une variable aléatoire

Définition 4 : _____

Remarque : L'espérance $E(X)$ peut s'interpréter comme la **valeur moyenne** prise par la variable X lorsque l'on répète un grand nombre de fois l'expérience aléatoire.

Exemple 1 (Suite) : Calculer l'espérance de la variable X et interpréter le résultat.

Exemple 2 (Suite) : Calculer l'espérance de la variable X et interpréter le résultat.

Remarque : Dans la majorité des jeux de hasard (la roulette, le loto, les tickets à gratter, etc) l'espérance du joueur est négatif : Ce que l'on perd en moyenne correspond à ce que gagne l'organisateur du jeu.

