

Fiche F1.1 : Suites numériques

1 – Généralités

Définition 1 : Une suite est une liste **indexée** de nombres.

Remarques :

- Les suites sont généralement notée avec les lettres minuscules u, v, w .
- Les éléments de cette suite sont appelés les **termes**.
- Le numéro de chaque terme est appelé son **rang** ou son **indice**.
- Pour une suite u , le terme de rang n est noté $u(n)$ ou bien u_n qui se lit « u indice n »
- Une suite est généralement numérotée à partir de 0 : Le 1^{er} terme d'une suite u est donc souvent $u(0)$.
- Par rapport au terme $u(n)$, le terme **suivant** est $u(n + 1)$ et le terme **précédent** est $u(n - 1)$.

Exemple 1 (Suite de Fibonacci) : $(u_n) = (1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; \dots ; \dots ; \text{etc})$

Rang	0	1	2	3	4	5	6	...	$n - 1$	n	$n + 1$...
Terme	1	1	2	3	5	8	13	...	u_{n-1}	u_n	u_{n+1}	...
	<small>1^{er} terme noté u_0</small>				<small>Terme de rang 5 Il est noté u_5</small>				<small>Terme précédent</small>	<small>Terme de rang n</small>	<small>Terme suivant</small>	

1) Compléter les deux termes manquants de la suite et expliquer comment on obtient les termes suivants.

On obtient un terme en additionnant les deux termes précédents

2) Déterminer : Le 1^{er} terme ; le terme de rang 4 ; $u(7)$; u_{10} ; Le rang du terme 233.

Le 1^{er} terme est $u(0) = 1$; $u(4) = 5$; $u(7) = 21$; $u_{10} = 89$; 233 est de rang 12.

2 – Mode de génération

Définition 2 : Une suite u est définie de façon **explicite** lorsque le terme $u(n)$ se calcule directement à l'aide d'une formule en fonction de n .

Remarque : Dans ce cas, pour calculer un terme, il suffit de remplacer la variable n par le rang souhaité.

Exemple 2 : Soit la suite u définie pour tout entier naturel n par $u(n) = n^2$.

$u(0) = 0^2 = 0$; $u(1) = 1^2 = 1$; $u(2) = 2^2 = 4$; $u(3) = 3^2 = 9$; $u(4) = 4^2 = 16$; $u(99) = 99^2 = 9801$

Définition 3 : Une suite u est définie par **récurrence** lorsque l'on dispose du ou de(s) premier(s) terme(s), ainsi que d'une relation permettant de calculer un terme à partir du (ou des) précédent(s).

Remarque : Dans ce cas, pour calculer un terme on doit d'abord calculer tous les termes précédents.

Exemple 3 : Soit la suite u définie pour tout entier naturel n par $v_n = \begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 2v_n + 1 \end{cases}$

$$v_1 = 2 \times v_0 + 1 = 2 \times 1 + 1 = 3 ;$$

$$v_2 = 2 \times v_1 + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7$$

$$v_3 = 2 \times v_2 + 1 = 2 \times 7 + 1 = 15$$

$$v_{99} = 2 \times v_{98} + 1 = \dots$$



3 – Représentation graphique

Définition 4 : Pour représenter graphiquement une suite u dans un repère, on place :

- Les « indices » n sur l'axe des abscisses.
- Les « termes » $u(n)$ sur l'axe des ordonnées.
- Les points de coordonnées $(n; u_n)$ dans le repère.

Exemple 4 : Représentation graphique de la suite u définie par $u(n) = n^2 + 2n - 5$

Calcul des premiers termes

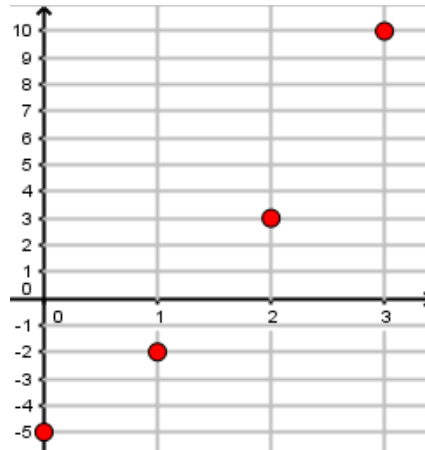
$$\begin{aligned}u_0 &= 0^2 + 2 \times 0 - 5 \\ &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}u_1 &= 1^2 + 2 \times 1 - 5 \\ &= -2\end{aligned}$$

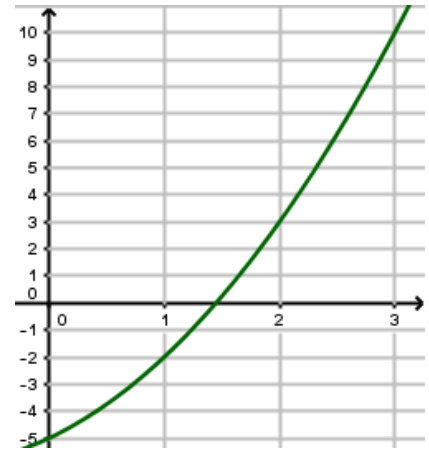
$$\begin{aligned}u_2 &= 2^2 + 2 \times 2 - 5 \\ &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}u_3 &= 3^2 + 2 \times 3 - 5 \\ &= 10\end{aligned}$$

Suite $u_n = n^2 + 2n - 5$



Fonction $f(x) = x^2 + 2x - 5$



Remarque : La représentation graphique d'une fonction est une **courbe** alors que la représentation graphique d'une suite est un **nuage de points** (non reliés).

