

Fiche ____ : Suites géométriques

1 – Définition

Définition 1 : On dit qu'une suite u est **géométrique** si l'on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par un même nombre q appelé la **raison** de la suite.

Exemple 1 : Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ? Si oui, préciser la raison de la suite.

- La suite $u = (1; 5; 25; 125; 625; \dots)$:
- La suite $v = (100; 50; 25; 12.5; 6.25; \dots)$:
- La suite $w = (2; 4; 8; 12; 24; \dots)$:

2 – Relation de récurrence

Propriété 1 : Si u est une suite **géométrique** de raison q alors pour tout rang n , on a $u(n+1) = u(n) \times q$



Exemple 2 :

- Soit u la suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $q = 3$.
 $u = (\quad ; \quad ; \quad ; \quad ; \quad ; \dots)$ et on a, pour tout rang n , la relation de récurrence _____.
- Soit v la suite géométrique de premier terme $v_0 = 10$ et de raison $q = \frac{1}{2}$.
 $v = (\quad ; \quad ; \quad ; \quad ; \quad ; \dots)$ et on a, pour tout rang n , la relation de récurrence _____.

Remarque : Une suite u est géométrique si, pour tout rang n , le quotient entre deux termes consécutifs $\frac{u(n+1)}{u(n)}$ est un nombre **constant**, qui correspond alors à la raison de la suite.

3 – Formule explicite

Propriété 2 : Si (u_n) est une suite géométrique de raison q alors pour tout rang n , on a $u_n = u_0 \times q^n$.

Remarque : Plus généralement, si k est un entier naturel, pour tout rang $n \geq k$, on a $u_n = u_k \times q^{n-k}$.

En particulier, lorsque le premier terme est u_1 , on utilisera la formule $u_n = u_1 \times q^{n-1}$.

Remarque : La formule explicite permet de calculer n'importe quel terme sans calculer tous les précédents.

Exemple 3 :

- Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $q = 3$.

Formule explicite : $u_{10} =$

- Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_1 = 2$ et de raison $q = \frac{1}{2}$.

Formule explicite : $v_{10} =$



4 – Représentation graphique et sens de variation

Propriété 3 : Une suite géométrique est représentée par un nuage de points de forme **exponentielle**.

Remarque : On parle de **croissance exponentielle** lorsque la différence d'ordonnée entre les points devient de plus en plus importante et de **décroissance exponentielle** lorsque la la différence d'ordonnée entre les points devient de plus en plus faible.

Propriété 4 : On considère une suite géométrique u de raison $q > 0$ et de 1^{er} terme positif.

- Si $q > 1$ alors la suite u est **croissante**
- Si $0 < q < 1$ alors la suite u est **décroissante**.

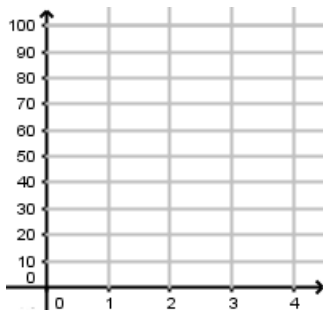
Remarques :

- Si $q = 1$ alors tous les termes de la suite sont égaux et on dit que la suite est **constante**.
- Lorsque le premier terme $u(0)$ est négatif, le sens de variation est inversé par rapport à la propriété.
- Lorsque la raison est négative, la suite oscille entre terme positif et terme négatif.

Exemple 4 : Représenter graphiquement les suites ci-dessous et observer leur sens de variation.

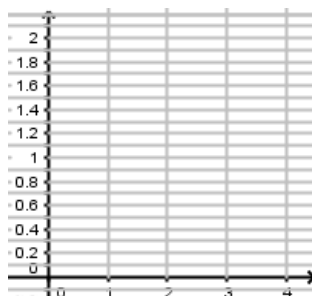
- Suite géométrique u avec :

$$u_0 = 1 ; q = 3$$



- Suite géométrique v avec :

$$v_0 = 2 ; q = \frac{1}{2}$$



- Suite géométrique w avec :

$$w_0 = 1 ; q = -1$$

