Fiche ___ : Fonctions affines

1 – Définition

Définition 1 : On appelle **fonction affine** toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ qui peut s'écrire sous la forme $f(x) = ax + b$, où a et b sont des nombres réels.

Exemple 1 : $f(x) = 3x - 5$ est une fonction affine. Ses coefficients sont : ______________________________.

Cas particuliers :

● Si $b = 0$: ____.

● Si $a = 0$: ____.

2 – Représentation graphique

Propriété 1 : Dans un repère la courbe représentative d'une fonction affine $f(x) = ax + b$ est une **droite**. On dit que cette droite a pour équation $y = ax + b$.

Interprétation graphique :

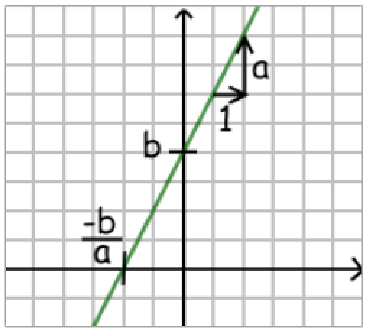
● a est appelé ____________________________________.

Il correspond à la pente de la droite qui représente f.

● b est appelé ____________________________________.

La droite coupe l'axe des ordonnées en b. C'est l'image de 0 par f.

● La droite coupe l'axe des abscisses en $-\frac{b}{a}$. C'est l'antécédent de 0 par f.



Exemple 2 : La droite du graphique précédent a pour équation ______________________________________.

Exemple 3 : Représenter graphiquement la fonction f définie par $f(x) = -2x + 5$

f est une fonction affine donc elle est représentée par une droite.

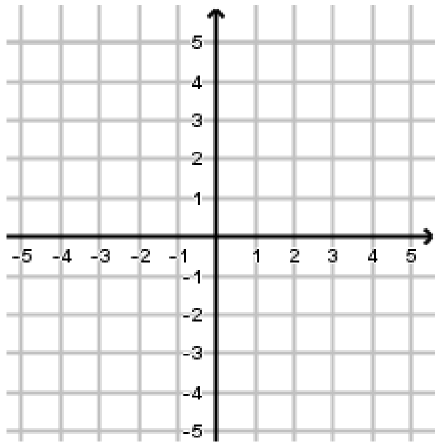
Pour tracer cette on a besoin de deux points de celle-ci :

____

____

____

____



Remarques :

● La droite représentative d'une fonction linéaire passe par l'origine du repère.

● La droite représentative d'une fonction constante est horizontale : Son équation est de la forme $y = k$

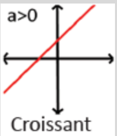
● Les fonctions affines sont des droites mais certaines droites ne sont pas des fonctions affines : Les droites verticales qui ne sont pas des fonctions : Leur équation est de la forme $x = k$.

3 – Sens de variation et signe d'une fonction affine

Propriété 2 : On considère une fonction affine $f(x) = ax + b$

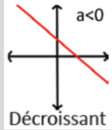
● f s'annule en $x_0 = -\frac{b}{a}$.

● Si $a > 0$ alors f est croissante et



x	$-\infty$ $\quad$ $-\frac{b}{a}$ $\quad$ $+\infty$
$f(x)$	$-$ $\quad$ 0 $\quad$ $+$

● Si $a < 0$ alors f est décroissante et



x	$-\infty$ $\quad$ $-\frac{b}{a}$ $\quad$ $+\infty$
$f(x)$	$+$ $\quad$ 0 $\quad$ $-$

Exemple 4 : Réaliser le tableau de signe des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 4x + 2$

____

____

2) $g(x) = -\frac{1}{3}x + 4$

____

____

4 – Linéarité

Propriété 3 : On considère une fonction affine $f(x) = ax + b$. Alors pour tout nombre réel u et v, on a :

$$\frac{f(v)-f(u)}{v-u} = a$$

Exemple 5 : On a $f(2) = 5$, $f(5) = 9$ et $f(10) = 15$. Cette fonction peut-elle être affine ?

●

●

●

Exemple 6 : Déterminer la fonction affine f qui vérifie $f(1) = -2$ et $f(5) = 6$

● Comme f est une fonction affine elle s'écrit sous la forme : ____.

● On commence par calculer le coefficient directeur : ____.

Donc $f(x) =$ _______________

● Pour trouver b, on résout une équation en utilisant une des deux valeurs proposés :

____

$\Leftrightarrow$ ______________________

$\Leftrightarrow$ ______________________

$\Leftrightarrow$ ______________________

$\Leftrightarrow$ ______________________

● Ainsi, on a ______________________