

Fiche ___ : Arbres pondérés

1 – Règles de calculs dans un arbre pondéré

On peut représenter une situation aléatoire avec des probabilités conditionnelles avec un arbre pondéré.

Propriété 1 : Dans un arbre pondéré, on peut utiliser les 3 règles suivantes :

- **Règle 1** : À partir d'un même nœud, la somme des probabilités sur les branches doit être égale à 1 : $P_A(B) + P_A(\bar{B}) = 1$.
- **Règle 2** : Pour calculer la probabilité d'un chemin, on multiplie les probabilités des branches de ce chemin : $P(A \cap B) = P_A(B) \times P(A)$.
- **Règle 3** : La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des chemins qui y aboutissent : $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$.

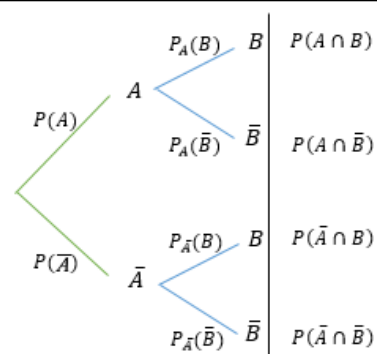


Figure 1 : Un arbre pondéré

Exemple 1 : L'Observatoire Français des Drogues et des Toxicomanies (OFDT) a réalisé une enquête auprès des jeunes de 18 à 25 ans sur leur consommation de tabac et d'alcool. Parmi les personnes interrogées :

- 78 % d'entre eux déclarent consommer de l'Alcool (au moins une fois lors du dernier mois)
- Parmi ceux qui consomment de l'alcool, 43 % d'entre eux déclarent consommer également du tabac.
- Parmi ceux qui ne consomment pas d'alcool, 15 % d'entre eux déclarent consommer du tabac.

On interroge un jeune au hasard.

On considère les événements suivants :

A : « La personne interrogée consomme de l'alcool »

B : « La personne interrogée consomme du tabac »

1) Traduire les informations de l'énoncé à l'aide des probabilités conditionnelles

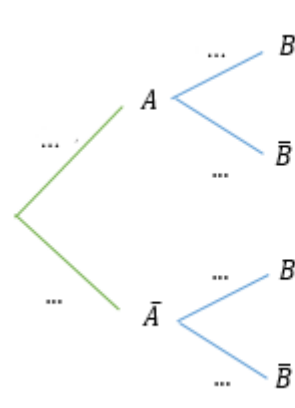
2) Compléter l'arbre pondéré ci-contre.

3) a. Quelle est la probabilité que la personne interrogée consomme du tabac et de l'alcool.

b. Quelle est la probabilité que la personne interrogée ne consomme ni tabac ni alcool.

4) Quelle est la probabilité que la personne interrogée consomme du tabac.

5) On interroge un fumeur, quelle est la probabilité qu'il boive de l'alcool ?



2 – Succession d'épreuves indépendantes

- On peut utiliser également un arbre pondéré pour représenter une expérience aléatoire composée d'une succession d'épreuves indépendantes (dont les résultats de l'une n'a pas d'influence sur ceux des autres)
- Chaque « niveau » de l'arbre correspond alors à l'une des épreuves.
- Les règles de calculs énoncés précédemment s'appliquent également dans ce contexte.

Exemple 2 : On lance 2 fois de suite un dé bien équilibré. Soit S : « Obtenir 6 ».

Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré puis calculer :

- $P(\text{Obtenir un double six}) =$
- $P(\text{Obtenir aucun six}) =$
- $P(\text{Obtenir un seul six}) =$

